

Math. A.

93. *ug*



Math: A.

Günther

93^{ug}

THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY

ASTOR LENOX AND TILDEN FOUNDATIONS

515 FIFTH AVENUE NEW YORK CITY

LIBRARY OF THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY

ASTOR LENOX AND TILDEN FOUNDATIONS

515 FIFTH AVENUE NEW YORK CITY



THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY

ASTOR LENOX AND TILDEN FOUNDATIONS

1881

GRUNDLEHREN

DER

MATHEMATISCHEN GEOGRAPHIE

UND

ELEMENTAREN ASTRONOMIE

FÜR DEN UNTERRICHT BEARBEITET

VON

DR. SIEGMUND GÜNTHER

PROFESSOR DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE MÜNCHEN.

Dritte, durchaus umgearbeitete und revidierte Auflage.

MÜNCHEN
THEODOR ACKERMANN
KÖNIGLICHER HOF-BUCHHÄNDLER.
1893.



Druck von C. Brügel und Sohn in Ansbach.

Vorwort zur ersten Auflage.

An guten Lehrbüchern zur Einführung in die astronomische Geographie hat unsere Litteratur keinen Mangel, und es könnte sonach als ein gewagtes Unternehmen erscheinen, die Menge der vorhandenen durch eine neue Schrift derselben Gattung vermehren zu wollen. Wer freilich die pädagogische Diskussion gerade auf diesem Gebiete während der letzten zehn Jahre aufmerksam verfolgt hat, wird zugeben, daß bei aller Trefflichkeit im einzelnen der in den meisten Werken eingeschlagene Lehrgang den allmählich zur Geltung gelangten didaktischen Prinzipien nicht völlig entspricht. Fast allgemein wird die in Rede stehende Disziplin in streng dogmatischer Weise auf an die Spitze gestellte Daten gegründet und ohne Rücksichtnahme auf die unglaublich geringfügigen Kenntnisse der Lernenden — soweit es Erfahrungsthatsachen betrifft — die Gesamtheit der astronomischen Sätze deduktiv abgeleitet. Nicht minder wird der dem Anfänger allein naturgemäße geozentrische Standpunkt gemeiniglich allzufrüh verlassen, so daß dann natürlich auch die copernicanische Weltanschauung nicht sowohl gelehrt als vielmehr dem jugendlichen Geiste aufgezwungen wird.

Es mag sein, daß Mittelschulen, welche das Pensum der mathematischen Erdkunde in verschiedenen Jahreskursen und deshalb auch unter Anwendung sehr verschiedener Hilfsmittel vorzunehmen in der Lage sind, bei der letzten Wiederaufnahme des Gegenstandes in einer der obersten Klassen mit einer derartig synthetischen Behandlung ganz gut auszukommen vermögen, da ja der Schüler immerhin ein gewisses Quantum empirischen Wissens mitzubringen pflegt, resp. mitbringen sollte. Bei unseren bayerischen Studienanstalten, für welche in erster Linie vorliegendes Schriftchen bestimmt ist, verhält es sich jedenfalls anders, denn sicherlich braucht der Unterzeichnete von seinen philologischen Kollegen keinen Vorwurf zu befürchten, wenn er behauptet, daß

IV

das wenige, was von Einzelnen unter ihnen im geographischen Unterrichte etwa über die mathematische Einteilung der Erd- und Himmelskugel u. s. w. beigebracht werden konnte, bis zur Oberklasse hinauf selbst im günstigsten Falle nicht vorhalten kann. Unser Lehrplan nun schreibt bekanntlich für das zweite Semester unserer Oberprima die Elemente der astronomischen Geographie vor. Diese Verfügung legt dem Lehrer eine zwiefache Pflicht auf: Er muß, woferne seine Unterweisung eine wirklich zweckentsprechende werden soll, von den gewöhnlichsten Phänomenen der täglichen und jährlichen Bewegung ausgehen und den im Laufe der Jahre fast vollständig erloschenen Sinn für eigene Naturbetrachtung wieder zu erwecken bestrebt sein — andererseits aber soll er auch einen theoretisch abgerundeten Abriss eines umfänglichen Wissenszweiges in verhältnismäßig kurzer Frist liefern. Während er zu diesem Zwecke ein ziemliches Maß rein-mathematischer Vorkenntnisse in Anspruch zu nehmen berechtigt ist, wird ihm eine befriedigende Lösung seiner Aufgabe einigermaßen durch den Umstand erschwert, daß auf den humanistischen Gymnasien Bayerns — von einem Teile der mechanischen Naturlehre abgesehen — Physik nicht gelehrt werden soll.

Angesichts dieser Verhältnisse hielt es der Verfasser geboten, auf den hier allein möglichen Weg zurückzukehren, d. h. auf jenen, welchen die Wissenschaft selber in ihrem Entwicklungsgange uns vorzeichnet. Der Leser wird auf den folgenden Blättern durchaus dem historischen Verlaufe sich zu akkommodieren genötigt, er macht in minimaler Verjüngung selbst nochmals all' diejenigen Prozesse durch, welche sich im Geiste der vorkämpfenden Fachmänner vollzogen haben. Daß unter diesen Umständen die alte Einteilung der Astronomie in sphärische, theoretische und physische wieder vollständig zu Ehren kommen, daß die Reform des Copernicus erst ziemlich spät den geeigneten Platz finden, daß überhaupt der geschichtliche Charakter sich aufs deutlichste allenthalben ausprägen mußte, liegt auf der Hand. Zahlreiche Detailnotizen werden dem Studium zu gefälliger Belebung dienen. Mathematische Hilfsmittel wurden vom ersten Augenblick an ungescheut und mit Vorliebe zur Anwendung gebracht; die unumgänglich erforderlichen physikalischen Grundlehren erlaubte sich der Verfasser in den eigentlichen Text zu verflechten.

Noch eine andere Eigentümlichkeit seines Büchleins bestimmt hervorzuheben, hält der Verfasser für seine Pflicht, sei es, daß sie den Beifall, sei es, daß sie den Tadel seiner Berufsgenossen findet. Er hält es für gut und nützlich, sich innerhalb des einmal fest begrenzten Gebietes nicht auf das absolut erforderliche zu beschränken, sondern wo nur immer möglich dem Lernenden einen „Ausblick“ in andere vorläufig für ihn noch transzendente Regionen zu ermöglichen. Da solche Gelegenheits-

bemerkungen nur einen sehr geringen Raum einzunehmen pflegen, so können sie wenigstens nicht als schädlicher Ballast angesehen werden. Speziell in mathematischer Hinsicht verweist der Verfasser etwa auf § 19, 32, 34, 46, 67.

Inwieweit nach all dem auch Schulmänner anderer Länder von diesem Werkchen Gebrauch zu machen vermögen, bleibe deren eigener Beurteilung überlassen. Es ist immerhin nicht unwahrscheinlich, daß die Grundsätze, nach welchen dasselbe redigiert ist, auch für andere Verhältnisse, als es die unsrigen sind, einige Berechtigung behalten werden. Was eine etwaige Verwendung beim akademischen Unterrichte anlangt, welche sich dem Titelblatte zufolge der Unterzeichnete ebenfalls als recht wohl möglich denkt, so kann er nur versichern, selbst an zwei Hochschulen drei verschiedene Vorlesungen über die Anfangsgründe der astronomischen Wissenschaften genau im Sinne dieser Einleitung gehalten zu haben, und zwar mit gutem Erfolge. Bei gehöriger Ausnützung des gegebenen Materiales dürfte dasselbe wohl auch für ein Universitätskolleg eine Grundlage abgeben.

Die Angaben der benützten Quellen wurde aus naheliegenden Gründen unterlassen. Besonders dienlich erwiesen sich dem Verfasser J. Müllers „Kosmische Physik“, die astronomischen Werke H. J. Kleins und Weyers, der Lehrbegriff von Wiegand, das Künzersche Programm des Gymnasiums von Pr. Straßburg (1877) und vor allem Wolfs treffliche Enzyklopädie (Zürich 1872). Im Übrigen wird ein sachkundiger Beurteiler auch die neuere Zeitschriften-Litteratur mannigfach verwertet und vielleicht auch manche neue Entwicklung vorfinden.

So sei denn das kleine Buch insbesondere den Kollegen, deren Aufforderung und Zustimmung grossteils dessen Ausarbeitung veranlafste, zu freundlicher Aufnahme empfohlen!

Ansbach, im April 1878.

Dr. S. Günther.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Der Plan, nach welchem die erste Ausgabe dieses Lehrbuchs bearbeitet war, ist durchaus derselbe geblieben, in Einzelheiten dagegen wird man auch bei nur flüchtiger Betrachtung sehr vieles geändert finden. Die neue Rechtschreibung ist durchaus zur Geltung gekommen, ebenso

wurde das ältere Meilenmafs allenthalben durch das metrische ersetzt. Mehrere Entwicklungen, welche dem Standpunkt des Schülers nicht zu entsprechen schienen, wurden weggelassen, dafür aber ist den Fortschritten der Wissenschaft, namentlich auch im beschreibenden Teile, nach Kräften Rechnung getragen worden. An vielen Stellen wurde die oft ungenügende Andeutung, wie man zu einer Formel gelangen könne, durch einen ausführlichen Hinweis ersetzt, so daß gegenwärtig ein mit den erforderlichen Vorkenntnissen ausgerüsteter Primaner auch beim Selbststudium kaum wirklichen Schwierigkeiten begegnen dürfte.

Die Möglichkeit, das Buch in der angegebenen Weise zu verbessern, wurde dem Verf. sowohl durch eine Reihe wohlwollender Rezensionen als auch durch Privatmitteilungen verschiedener bayerischer und norddeutscher Kollegen gewährt. Zumal Herrn Dr. Westphal in Greiz und ganz besonders Herrn Dr. Pein in Bochum sieht sich der Verf. in dieser Hinsicht zu Dank verbunden; die Bemerkungen, welche ihm der letztere zur Verfügung stellte, haben fast durchweg Änderungen, teilweise einschneidender Art, veranlaßt. Selbstverständlich wurde auch die ziemlich stattlich angewachsene Litteratur der letzten Jahre nicht vernachlässigt; außer den belehrenden Schriften von Pick (Wien 1883) und Israel-Holtzwardt (Wiesbaden 1885) kam namentlich das Schulprogramm von Pein (Bochum 1883) in Frage, welches in sehr gelungener Weise die Hauptaufgaben der sphärischen Astronomie durch darstellend geometrische Betrachtungen zu lösen unternimmt. — Wenn, wie der Verf. hofft, das Buch in seiner Neugestaltung hinsichtlich der Korrektheit wenig mehr zu wünschen übrig läßt, so ist dies der freundlichen Mitwirkung des Herrn Prof. A. Sickenger in München bei der Revision der Druckbogen zuzuschreiben.

Mehrfachen Anfragen gegenüber hält der Verf. seine einfachere Ableitung des Satzes von der Nadirflut in § 74 vollkommen aufrecht. Die Gründe, welche ihn diesen Beweis der sonst in die elementaren Lehrbücher übergegangenen Berechnung der Attraktionsdifferenzen — die übrigens ebenfalls mit aufgenommen ist — vorziehen lassen, hat derselbe bereits im Jahrgang 1876 der „Zeitschr. f. math. u. naturwissenschaftl. Unterricht“ dargelegt.

Ansbach, im März 1886.

Dr. S. Günther.

Vorwort zur dritten Auflage.

Der Plan des Werkchens ist auch in der gegenwärtigen dritten Auflage der Hauptsache nach unverändert geblieben, doch wurde die an sich schon bestehende Übereinstimmung mit den Forderungen der neuen Schulordnung zu einer möglichst vollkommenen zu machen gesucht. Durch Beseitigung aller für den unmittelbaren Lehrzweck nicht unbedingt notwendigen Bestandteile wurde eine nicht unbeträchtliche Verminderung des Umfanges herbeigeführt, trotzdem eine Anzahl von Entwicklungen und Einzelbemerkungen neu hinzutrat.

Auch den von verschiedenen Freunden des Büchleins auf Umfrage geäußerten Wünschen wurde in ziemlichem Ausmaße Rechnung getragen. Insbesondere wurde für Übungsmaterial gesorgt, und auch die Beifügung zweier Sternkärtchen entsprach mehrfachen Winken von geschätzter Seite. Es wurden dabei diejenigen in dem bekannten vortrefflichen Werkchen von Diesterweg zur Norm genommen, doch wird man es billigen, daß die Anzahl der zur Wiedergabe gelangten Sternbilder dem ptolemäischen Vorbilde sich anpaßt, und daß auf die oft zweifelhaften Bereicherungen des gestirnten Himmels aus späterer Zeit verzichtet ward.

Den an sich vollberechtigten Wunsch eines Rezensenten der zweiten Auflage, der Geophysik mehr Beachtung zu teil werden zu lassen, war der Verf. leider nicht zu erfüllen in der Lage, weil er sonst über das Lehrziel der bayerischen Gymnasien — und diese waren in erster Linie im Auge zu behalten — hätte hinausgehen müssen. An sich freilich möchte er der physikalischen Erdkunde mindestens gleich hohen Wert für die Geistesbildung zusprechen, wie der hier behandelten Schwesterdisziplin.

Verschiedenen Fachgenossen, welche ihn mit ihrem Rate unterstützten, spricht der Verf. an dieser Stelle seinen aufrichtigen Dank für diese Hilfe aus, so den Herren Professoren Effert (früher in Kaiserslautern, jetzt in München), Waldvogel (früher in Aschaffenburg, jetzt in München), Mayer (Burghausen), vor allem jedoch Schroeder (Nürnberg), der dem Verf. mit Rat und That jederzeit beizustehen sich bereit zeigte. Nicht minder verbunden fühlt sich letzterer seinem früheren Zuhörer, Herrn Astronomen Bodky in München, welcher gleichfalls in opferwilligster Weise die Korrektheit des Buches zu fördern bemüht war.

So sei denn dieses von neuem den Schulmännern bestens empfohlen!

München, im September 1892.

Dr. S. Günther.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
§ 1. Himmelskugel und Horizont	1
§ 2. Tägliche Bewegung der Gestirne	2
§ 3. Auf- und Untergang der Sterne	3
§ 4. Pole und Weltachse	3
§ 5. Meßinstrumente; Fernrohr	5
§ 6. Fixsterne und Planeten	11
§ 7. Bewegung der Sonne	13
§ 8. Kreisbahn der Sonne; Tierkreis	14
§ 9. Lauf des Mondes	16
§ 10. Allgemeines über die Planetenbewegung	18
§ 11. Begriff des Jahres und Monates	19
§ 12. Wichtige Hauptkreise der Himmelskugel	20
§ 13. Sphärische Koordinaten	21
§ 14. Übergang von der Ekliptik zum Äquator	23
§ 15. Übergang vom Äquator zum Horizont	25
§ 16. Berechnung des Tag- und Nachtbogens	27
§ 17. Zirkumpolarsterne	27
§ 18. Dämmerung	28
§ 19. Sphärische Aufgaben	29
§ 20. Gnomonik	31
§ 21. Sonnen- und Sternzeit	32
§ 22. Berechnung sphärischer Distanzen	35
§ 23. Empirische Bestimmung der Erdgestalt	35
§ 24. Fortsetzung	37
§ 25. Ältere Vorstellungen und Beweisgründe	38
§ 26. Merkwürdige Kreise der Erde; Zonen	39
§ 27. Scheinbarer und wahrer Horizont	40
§ 28. Klassifikation der Erdbewohner	41
§ 29. Geographische Koordinaten	42
§ 30. Erdmessung	45
§ 31. Fortsetzung	46
§ 32. Die Erde ein Rotationssphäroid	48
§ 33. Identität von Breite und Polhöhe	50
§ 34. Bestimmung der Breite	51
§ 35. Bestimmung der Zeit	54
§ 36. Bestimmung der Länge	55
§ 37. Fortsetzung	56
§ 38. Höhenmessung	56
§ 39. Refraktionserscheinungen	60
§ 40. Begriff der Parallaxe	62
§ 41. Fortsetzung	63
§ 42. Berechnung der Entfernung eines Gestirns von der Erde	63
§ 43. Bestimmung der Sonnenparallaxe	64
§ 44. Fixsternparallaxen	67

IX

	Seite
§ 45. Das homozentrische Weltsystem	68
§ 46. Hipparchs Theorie der Sonne	69
§ 47. Mondphasen	70
§ 48. Ungleichheiten der Mondbewegung	71
§ 49. Rückgang der Tag- und Nachtgleichenpunkte	71
§ 50. Präzisierung der Begriffe Monat und Jahr	72
§ 51. Finsternisse	72
§ 52. Zyklen	74
§ 53. Berechnung einer Mondfinsternis	75
§ 54. Epizykenlehre	77
§ 55. Ptolemäisches Weltsystem	78
§ 56. Reformversuche	79
§ 57. Fundamentalsätze der copernicanischen Weltordnung	80
§ 58. Erklärung der Erscheinungen im copernicanischen System	81
§ 59. Jahreszeiten	82
§ 60. Aufnahme des copernicanischen Systems	83
§ 61. Gründe für die Rotation	84
§ 62. Gründe für die jährliche Bewegung	89
§ 63. Keplers Gesetze	93
§ 64. Newtons Gravitationsgesetz	95
§ 65. Bestimmung der Erdmasse	97
§ 66. Hilfsmittel zur schärferen Bestimmung der Erdgestalt	98
§ 67. Ebbe und Flut	100
§ 68. Ableitung der Keplerschen Gesetze	102
§ 69. Bahnelemente der Wandelsterne	103
§ 70. Störungen im Planetensystem	105
§ 71. Kausale Erklärung der Präzession; Nutation	105
§ 72. Beschreibende Astronomie und Astrophysik; Spektralanalyse	107
§ 73. Die Sonne	110
§ 74. Die unteren Planeten	111
§ 75. Die Erde; Wesen der physikalischen Geographie	112
§ 76. Der Erdmond	112
§ 77. Die oberen Planeten	114
§ 78. Kometen, Meteorite, Zodiakallicht	116
§ 79. Kosmogonische Hypothese von Kant-Laplace	118
§ 80. Beschreibung des Fixsternhimmels	119
§ 81. Bewegung des Sonnensystems; der Weltraum	121
§ 82. Zeitrechnung der Ägypter	122
§ 83. Griechische Zeitrechnung	123
§ 84. Zeitrechnung der Semiten	124
§ 85. Julianischer Kalender	125
§ 86. Gregorianischer Kalender; Osterrechnung	125
§ 87. Lösung astronomischer Aufgaben mit Hilfe des Globus	128
§ 88. Kartographie	129
§ 89. Wichtige Abbildungsmethoden	129
Schlussanmerkung	133

Verbesserungen.

S. 34, Z. 2 v. o. l. 56^m . — S. 35, Z. 15 v. o. l. $\cotang \psi_1$. — S. 40, Z. 4 v. o. l. $4r^2\pi$. — S. 44, Z. 14 v. o. l. -34° . — S. 45, Z. 2 v. o. l. $40^\circ 10' 33''$. — S. 46, Z. 10 v. o. l. Breiten-Differenz. — S. 46, Z. 5 v. u. l. ausgeführt. — S. 47, Z. 1 v. o. l. 1630. — S. 50, Z. 11 v. o. l. korrespondierender Winkel. — S. 51, Z. 7 v. o. l. der Astronomen. — S. 51, Z. 6 am Rande fehlt die Bezeichnung: Bestimmung der Breite. — S. 52, Z. 10 v. o. l. S. 5. — S. 55, Z. 12 v. o. fehlt die Bezeichnung: § 37. Fortsetzung. — S. 57, Fig. 19 ist $\sphericalangle DAC = \gamma$ und $\sphericalangle DBC = \delta$ zu setzen. — S. 57, Z. 4 v. u. l. $DBC = \delta$. — S. 63, Z. 6 v. u. l. 16 Bogensekunden. — S. 78, Fig. 31 fehlt links von a_1 Buchstabe α . — S. 92, Z. 3 v. u. l. bewahrheiteten. — S. 115, Z. 16 v. o. bemerke: Zu Anfang des September 1892 hat der amerikanische Astronom Barnard noch einen fünften Trabanten des Juppiter aufgefunden. — S. 131, Fig. 47, liegt H' zwischen M und J' ; MH' muss mit MJ' zusammenfallen.

Erstes Kapitel.

Die ersten Wahrnehmungen am Himmel und auf der Erde.

§ 1. Der unmittelbare Augenschein belehrt uns, daß wir uns im Mittelpunkte eines Kreises befinden, an dessen — für gewöhnlich allerdings durch verschiedene Gegenstände verdeckter — Peripherie der Himmel sich an die Erde anzuschließen scheint. Dieser Himmel und Erde trennende Kreis wird deshalb Grenzkreis oder Horizont ($\delta \delta \rho \iota \zeta \omega \nu$ scil. $\chi \acute{\upsilon} \kappa \lambda \omicron \varsigma$) genannt. Der Himmel selbst erscheint uns jedoch nicht als eine vollkommene Halbkugel, deren Zentrum mit dem Standorte des Beobachters übereinstimmt, sondern als eine gedrückte, über der Erde ausgespannte Kuppel. Es beruht diese Erscheinung auf einer Täuschung unseres Auges, und so müssen wir denn scharf unterscheiden zwischen dem Himmelsgewölbe oder Firmament, dessen scheinbare Gestalt unter gewissen Voraussetzungen leicht bestimmt werden kann*), und der Himmelskugel andererseits. Unter letzterer nämlich stellen wir uns eine Kugelfläche von un-

Himmels-
kugel und
Horizont.

*) Wenn man annimmt, daß das Himmelsgewölbe mit der Kalotte einer Kugel übereinstimme, deren Mittelpunkt sich irgendwo auf der nach dem Nadir gehenden Vertikale befindet, so kann man durch eine verhältnismäßig einfache Beobachtung und durch eine daran sich anschließende Rechnung, die aber freilich die Auflösung einer Gleichung des dritten Grades notwendig macht, die Lage dieses Mittelpunktes ermitteln. Derselbe sei D (Fig. 1), A der Standpunkt des Beobachters, E dessen Zenit, BEC irgend ein Vertikalschnitt des Himmelsgewölbes. Man bestimmt mit irgend einem Winkelmessinstrumente den $\sphericalangle BAF = \alpha$, welchen eine nach dem scheinbaren Halbierungspunkte F des Bogens BE gezogene Grade mit der Horizontallinie AB einschließt; dieser Winkel α schwankt nach den

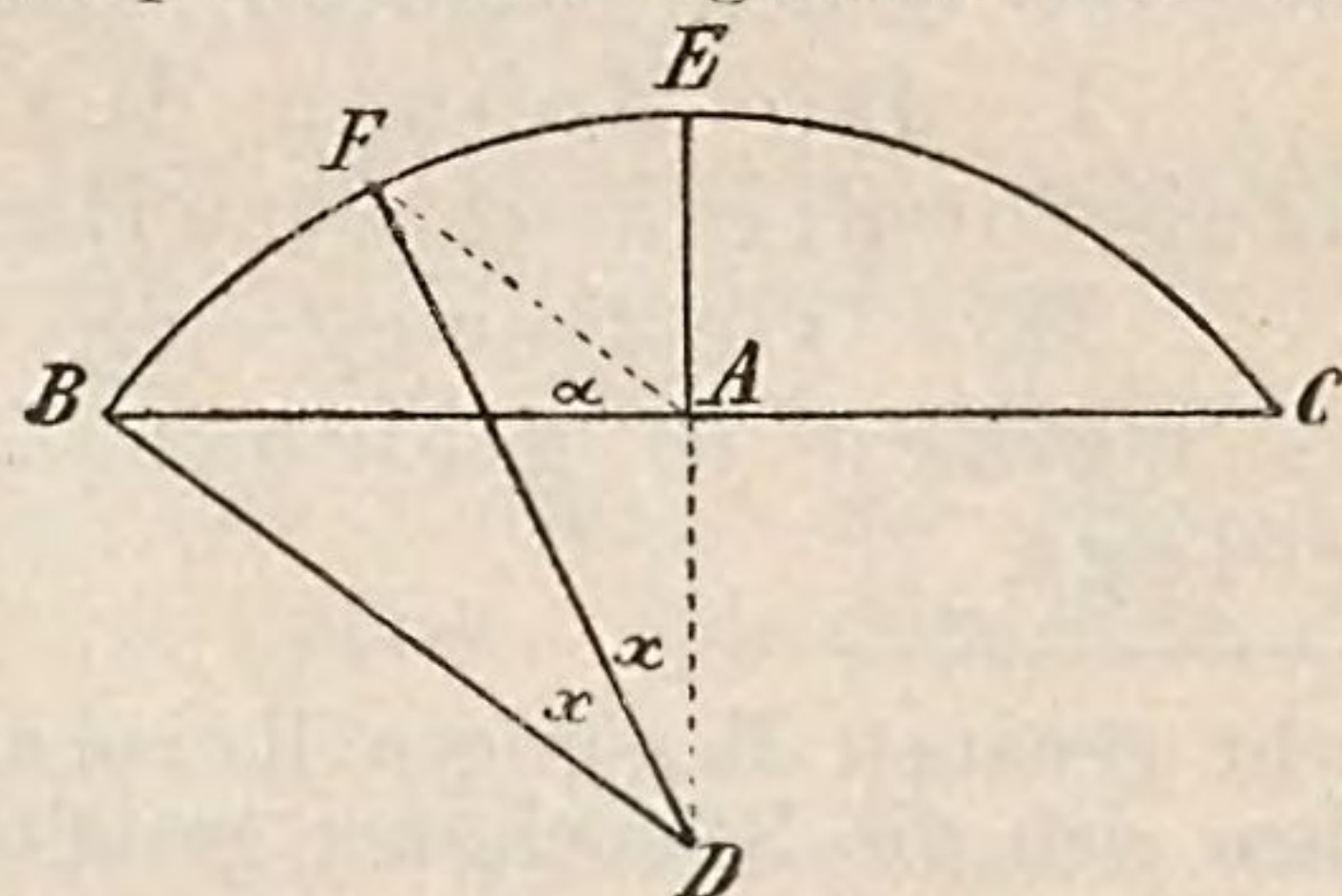


Fig. 1.

bestimmtem Radius vor, welche zum Horizontalkreise selbst konzentrisch ist, und auf deren Innenfläche wir uns vorläufig, bis weitere Erfahrungen (s. Kap. VI) uns eines anderen belehrt haben werden, sämtliche Himmelskörper befestigt zu denken haben.

An dieser Himmelskugel markieren wir, teils mittelst unmittelbarer Betrachtung, teils auch mit Rücksicht auf die erst später zu erörternden Bewegungen der Gestirne gewisse Punkte und Kreise. Eine im Mittelpunkte des Horizontes auf diesem senkrecht errichtete gerade Linie, deren Richtung mit der Längsachse des aufrecht stehenden menschlichen Körpers zusammenfällt, schneidet die Himmelskugel in zwei Punkten. Der eine derselben ist sichtbar und heißt Scheitelpunkt; der andere, der Fußpunkt, ist unseren Blicken entzogen. Für beide Punkte sind bezüglich auch die der arabischen Kunstsprache entstammenden Worte Zenit und Nadir im Gebrauche. Jeder durch diese beiden Punkte hindurchgehende größte Kreis der Himmelskugel wird ein Vertikalkreis genannt.

Die tägliche
Bewegung
der Gestirne.

§ 2. Jeder Punkt des Horizontes steht von Zenit und Nadir gleichmäfsig um 90° ab. Irgend einen dieser Punkte den anderen gegenüber auszuzeichnen, haben wir bis jetzt nicht den geringsten Grund; hiezu kann vielmehr eine Veranlassung erst dann eintreten, wenn wir den an der Himmelskugel sich vollziehenden Bewegungen Beachtung schenken.

Schon eine durch wenige Stunden fortgesetzte Beobachtung läßt uns erkennen, daß alle Gestirne ohne Ausnahme, Sonne, Mond und Sterne, sich in ununterbrochener Bewegung befinden. Bei genauerem Zusehen, unterstützt durch die Messung des Abstandes derselben beiden Sterne zu verschiedenen Zeiten, ergeben sich die beiden Erfahrungssätze:

I. Die Bahnen der Gestirne sind ausnahmslos kreisförmig und parallel zu einander.

II. Die Bewegung ist eine gleichförmige, d. h. es werden in gleichen Zeiten gleiche Räume zurückgelegt.

sehr genauen Messungen Reimanns zwischen 22° und 30° , je nachdem sich die Beleuchtung gestaltet. Für den Sinus des $\sphericalangle BDA = 2x$ ergibt die Rechnung die Grenzwerte $\frac{348}{655}$ und $\frac{237}{330}$, und da $AD = BD \cos 2x$ ist, so läßt sich auch die Mittelpunktstiefe in Teilen des Halbmessers der Himmelssphäre ausdrücken. x liefert der Sinussatz, angewandt auf $\triangle ADF$.

§ 3. Aus diesen der Erfahrung entnommenen Thatsachen lassen sich weitere Schlüsse ziehen. Wenn die erwähnte Bewegung in der angegebenen Weise vor sich geht, die Himmelskugel dagegen nur teilweise, nämlich zur Hälfte, von uns übersehen werden kann, so können die Gestirne nur unter einer Bedingung jederzeit für uns sichtbar sein, falls nämlich ihre Bahnen dem Horizonte parallel verlaufen. Dies ist aber, wie der Augenschein ergibt, in Europa nirgends der Fall, und so müssen also die Sterne, wenigstens teilweise, unter den Horizont hinabtreten, um später auf dessen entgegengesetzter Seite wieder zu erscheinen. Jeder solche Stern hat mithin zeitlich einen Auf- und Untergang und räumlich einen Auf- und Untergangspunkt. Erinnern wir uns des stereometrischen Satzes, daß parallele Ebenen von einer anderen Ebene durchaus in parallelen Spurlinien geschnitten werden, so gelangen wir zu folgendem Ergebnisse:

Auf- und
Untergang
der Sterne

Denkt man sich den Auf- und Untergangspunkt irgend eines Gestirnes mit einander verbunden, so sind alle diese Verbindungslinien unter sich parallel.

§ 4. Ebendieser Umstand gestattet uns, eine mathematische Einteilung des Horizontes vorzunehmen. Von der Schar paralleler Linien nämlich, deren wir soeben Erwähnung thaten, muß notwendig eine durch das Zentrum des Horizontalkreises gehen, denselben in zwei sich diametral gegenüberliegenden Punkten schneiden. Derjenige dieser beiden Punkte, welcher an der Aufgangsseite der Himmelskugel gelegen ist, heißt Ostpunkt, der andere Westpunkt. Die beiden je um 90° vom Ost- und Westpunkt abliegenden Punkte auseinanderzuhalten, besitzen wir noch kein Hilfsmittel, erhalten dies aber sofort, wenn wir die folgende Überlegung anstellen.

Pole und
Weltachse.

Statt daß man annimmt, gewisse Punkte seien beweglich und beschrieben an der Innenseite einer selbst unbewegten Kugel parallele Kreisbahnen, kann man sich auch denken, die ganze Kugel rotiere samt den an ihr fixierten Punkten um eine auf jenen Parallelebenen senkrecht stehende Achse. Die Beobachtung ergibt somit:

Die Himmelskugel dreht sich im Verlaufe von vierundzwanzig Stunden*) einmal vollständig um eine feste Achse, die Himmels- oder Weltachse.

Die letztere hat mit der Himmelskugel die zwei Endpunkte eines Durchmessers gemein. Diese Punkte, welche bei der Um-

drehung in absoluter Ruhe verbleiben, werden Pole (von *πολεύειν* oder *πολεῖν*, umdrehen) genannt. Wir nennen den in Europa sichtbaren Pol den Nordpol, den unsichtbaren den Südpol. Ersterer wird gegenwärtig — nicht für alle Zeiten, vgl. § 78 — durch den sogenannten Polarstern (α des Kleinen Bären) ziemlich genau bezeichnet.

Jenen Hauptkreis der Himmelskugel, welcher die vier Punkte, Zenit, Nadir, Nord- und Südpol in sich enthält, nennen wir Mittagskreis oder Meridian; derselbe steht auf dem Horizonte senkrecht. Verbindet man die beiden Schnittpunkte von Horizont und Meridian, so steht diese Grade auf der Ostwestlinie normal; sie führt den Namen Mittagslinie, und ihre beiden Endpunkte lassen sich jetzt dadurch unterscheiden, daß der eine dem Nordpole, der andere dem Südpole näher liegt. Ersterer ist der Nordpunkt, letzterer der Südpunkt. — Die vier Punkte Nordpunkt, Ostpunkt, Südpunkt und Westpunkt, welche die Ecke eines dem Horizontalkreise einbeschriebenen Quadrates bilden, heißen in ihrer Gesamtheit die vier Kardinalpunkte des Horizontes**).

Um die Mittagslinie zu ziehen, beschreibt man in einer horizontalen Ebene einen Kreis und bringt in dessen Mittelpunkt lotrecht einen dünnen Stab an. Dann merkt man auf der Peripherie die beiden Punkte an, in denen der Schatten des Stabes erstere vor- und nachmittag gerade berührt, und fällt auf die Verbindungslinie dieser Punkte aus dem Zentrum eine Senkrechte; dies ist die gesuchte Mittagslinie. Grösserer Genauigkeit halber

*) Diese Angabe ist insofern ein Hysteron Proteron, als ja tatsächlich der Begriff der Stunde eben nur aus der gleichförmigen Drehbewegung des Himmels abstrahiert worden ist und abstrahiert werden konnte.

**) Mit dem Worte *Cardo* (Angel) bezeichneten die römischen Feldmesser (*agrimensores*, *gromatici*) die Vertikalprojektion der Weltachse auf den Horizont, d. h. eben die Nordsüdlinie; dieser stand die Ostwestlinie als *Decumanus* gegenüber. Keine Stadt, kein Tempel konnte erbaut werden, bevor nicht die hiefür bestimmten Fachmänner mit einem unter dem Namen *Groma* bekannten Meßinstrumente diese beiden Fundamentalrichtungen abgesteckt hatten, und ein gleiches geschah auch beim Schlagen des Feldlagers. Unser Wort Orientieren kennzeichnet einen entsprechenden Vorgang; man sucht den Ostpunkt auf, um danach die übrigen Himmels- oder Weltgegenden zu bestimmen. Mangels besserer Hilfsmittel gewährt der Umstand einen Anhaltspunkt, daß die Kirchen mit ihrem Chore nach Osten gerichtet zu sein pflegen.

kann man auch mehrere konzentrische Kreise ziehen und eine mittlere Normale verzeichnen. Diese Vorrichtung, nachweislich die älteste, welche je astronomischen Zwecken gedient hat und zumal den alten Babyloniern genau bekannt war, führt den Namen *Gnomon* oder *Sonnenweiser*. Die älteren Astronomen fixierten ihre Mittagslinien mitunter an ausgezeichneten Gebäuden; verschiedene italienische Kathedralen, so z. B. San Petronio in Bologna, erhalten desgleichen.

§ 5. Bei allen folgenden Untersuchungen wird immer wieder die Aufgabe an uns herantreten, die scheinbare Entfernung zweier entfernter Punkte zu messen, d. h. anzugeben, wie groß der Winkel ist, welchen die nach beiden Punkten gezogenen Gesichtslinien an unserem Auge einschließen. Nur diese Entfernung läßt sich wirklich bestimmen; solche Distanzen nach linearem (z. B. Meter-)Maße abschätzen zu wollen, wäre solange absurd, als man nicht über die absolute Entfernung jener beiden Punkte von unserem Auge volle Klarheit besitzt. Die meisten Instrumente, welche den Astronomen und Feldmessern (*Geodäten*) zum Zwecke der Winkelmessung dienten und noch dienen, beruhen im Grunde auf dem einfachen Prinzip des *Transporteurs* unserer Reißzeuge, doch läßt sich der Zweck auch auf andere, mehr indirekte Weise erreichen. Wir geben nachstehend eine Übersicht über die wichtigeren Meßinstrumente, und zwar in geschichtlicher Reihenfolge.

Meßinstru-
mente; Fern-
rohr.

I) Die *Armillarsphäre* der Alexandriner. Dieselbe bestand aus drei Metallreifen 1, 2 und 3. Kreis 1 und 2 waren unter rechtem Winkel fest mit einander verbunden, wogegen Kreis 3 sich frei um jenen Durchmesser von 1 drehen konnte, der auf der Ebene von 2 senkrecht stand. An dem Umfange von 3 waren, sich diametral gegenüberstehend, Sehlöcher angebracht, durch welche hindurch zwei Sterne anvisiert werden konnten; die sphärische Distanz ward unmittelbar auf dem geteilten Rande (*Limbus*) von 3 abgelesen.

II) Die *Dioptra* und der *Theodolit*. Das einfachste Universalinstrument, welches im Horizonte und in jeder hiezu senkrechten Ebene Winkelabstände zu messen gestattete, wurde von dem Alexandriner *Heron* (um 100 v. Chr.) angegeben. Um die vertikale Achse des geteilten Horizontalkreises war ein ebenfalls geteilter Viertelkreis frei drehbar, und eine um den gemeinsamen Mittelpunkt beider Kreise drehbare *Alhidade*,

— das Wort ist arabisch und bedeutet einen mit Durchsichten versehenen Stab — ermöglichte es, die Gesichtsrichtung nach einem beliebigen Punkte am Himmel oder auf der Erde festzuhalten. — Dieses Beobachtungswerkzeug nahm im Laufe der Jahrhunderte die verschiedensten Formen und Namen — Torquetum, Azimutalquadrant u. s. w. — an, ohne daß doch der einfache Grundgedanke sich geändert hätte. Die Durchsichten wurden im XVII. Jahrhundert durch ein Drehfernrohr ersetzt, in dessen Mittelpunkt, schärferer Einstellung halber, zwei einander senkrecht schneidende feine Fäden (Spinnenfäden) als Fadenkreuz angebracht wurden, und aus dem vertikalen Kreisbogen wurde ein Vollkreis. In dieser Gestalt wird das Instrument als Theodolit bezeichnet; die Etymologie des eigentümlichen Wortes ist unklar.

III) Das geometrische Quadrat und der Gradstock. Für Gegenstände, welche sich in derselben Vertikalebene befanden, diente das von Peurbach (1420—1461) erfundene Geometrische Quadrat (Fig. 2 a) $ABCD$, welches in einer durch die

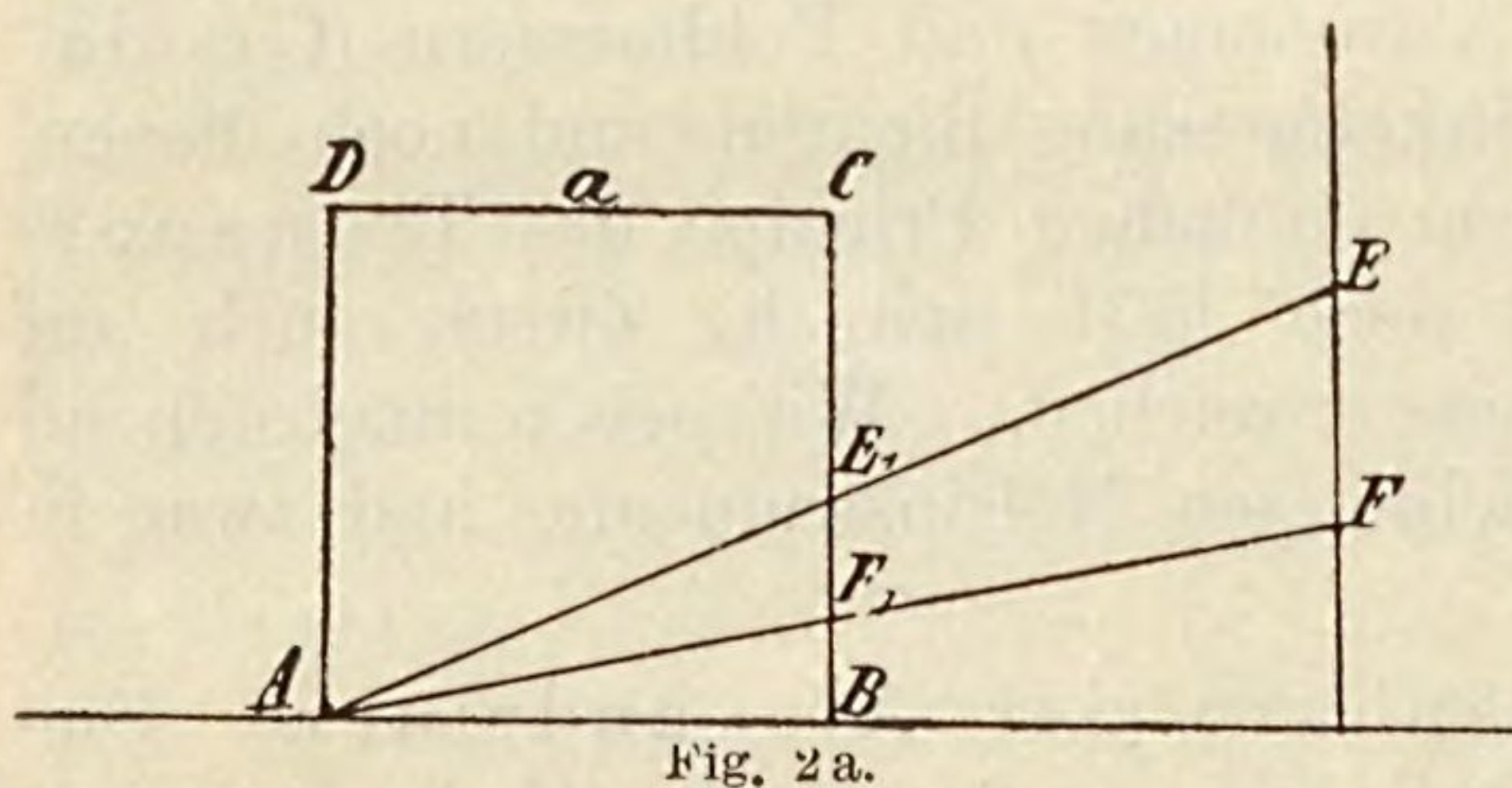


Fig. 2 a.

Punkte E und F gelegten Ebene vertikal aufgestellt wurde. Um A war die mit Dioptern versehene Alhidade drehbar, und die Gesichtslinien AE und AF schnitten die in p gleiche Teile von der Länge λ geteilte Quadratseite $BC = a$ in den Punkten E_1 und F_1 . Wenn sich dann ergab, daß auf die Strecke BE_1 von jenen gleichen Teilen m , auf die Strecke BF_1 aber n entfielen, so war ersichtlich

$$\text{tang } (\sphericalangle EAB) = \frac{m\lambda}{p\lambda}, \quad \text{tang } (\sphericalangle FAB) = \frac{n\lambda}{p\lambda},$$

$$\text{tang } (\sphericalangle EAF) = \frac{p(m-n)}{p^2 + mn}.$$

Wie würde sich diese Formel umgestalten, wenn die Linie AE nicht mehr die Quadratseite BC selbst, sondern deren Verlängerung schnitte? Für diesen Fall war auch an der Seite CD eine Teilung angebracht*).

*) Theoretisch richtig, wenn auch natürlich nicht sehr genau, kann man mit obigem Apparate die Aufgabe lösen: Aus einem und demselben Stande den Abstand eines in der Ferne gesehenen Gegen-

Um 1400 scheint in Deutschland der Gradstock, später Jakobsstab genannt, bekannter geworden zu sein; Regiomontanus (1436—1476) wendete denselben zuerst in der Astronomie an, und durch Martin Behaim (um 1480) wurde er das Mittel, von der Küstenschiffahrt abgehen und sich auf die hohe See wagen zu können. Auf einem in gleiche Teile von der Länge λ geteilten Stabe AB (Fig. 2 b) war ein senkrecht auf-sitzender Querstab CD von der Länge $2d$ frei verschiebbar, und zwar so, daß er von AB stets halbiert wurde. Der Beobachter hielt den Längsstab in der einen Hand und schob mit der anderen den Querstab so lange hin und her, bis er das Objekt E gerade über C , das Objekt F gerade unter D erblickte. Stand in diesem Augenblicke der Schieber beim p ten Teilstriche des Hauptstabes, so war, $\sphericalangle EAF = \psi$ gesetzt,

$$\text{tang } \frac{1}{2} \psi = \frac{d}{\lambda p}.$$

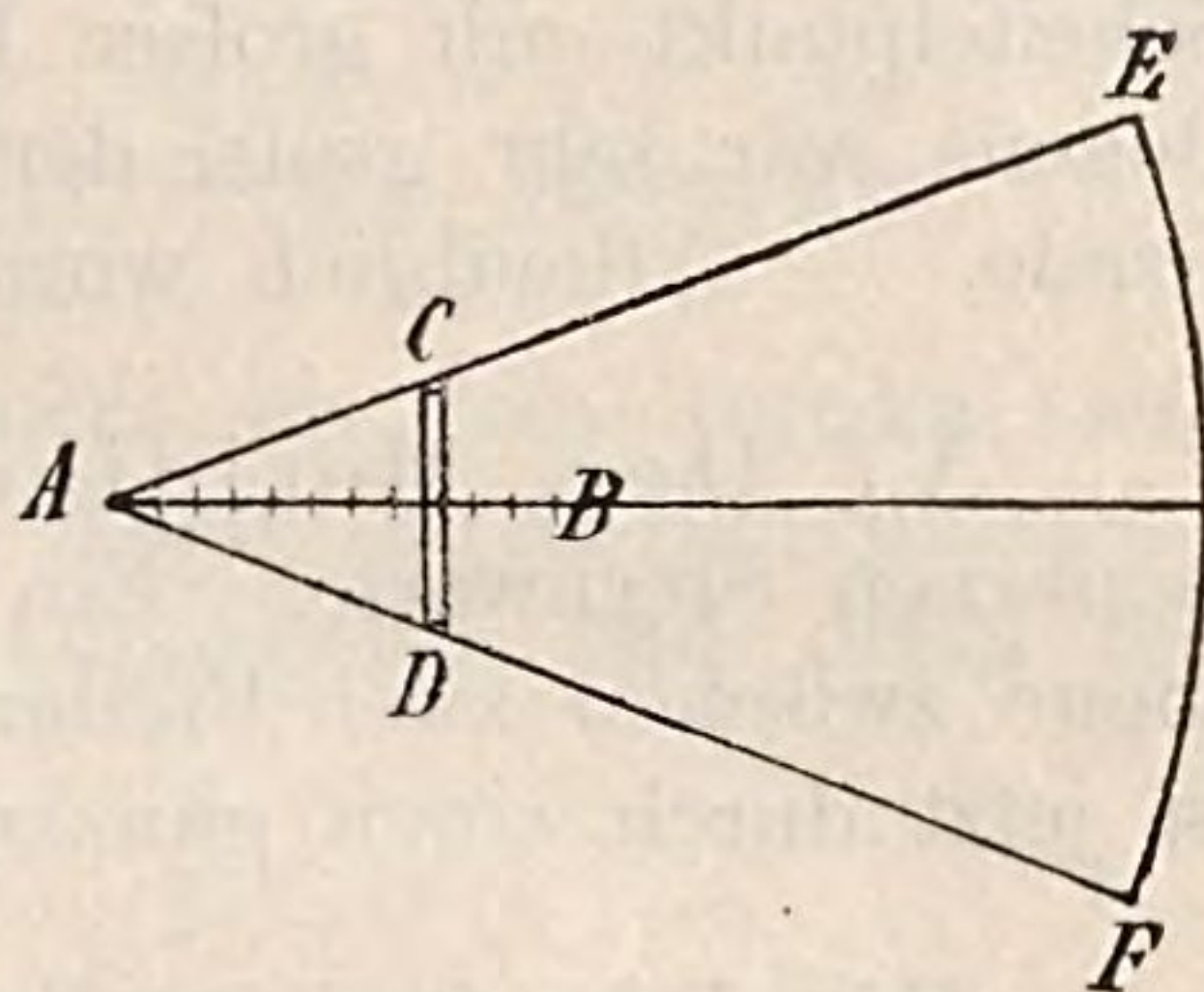


Fig. 2 b.

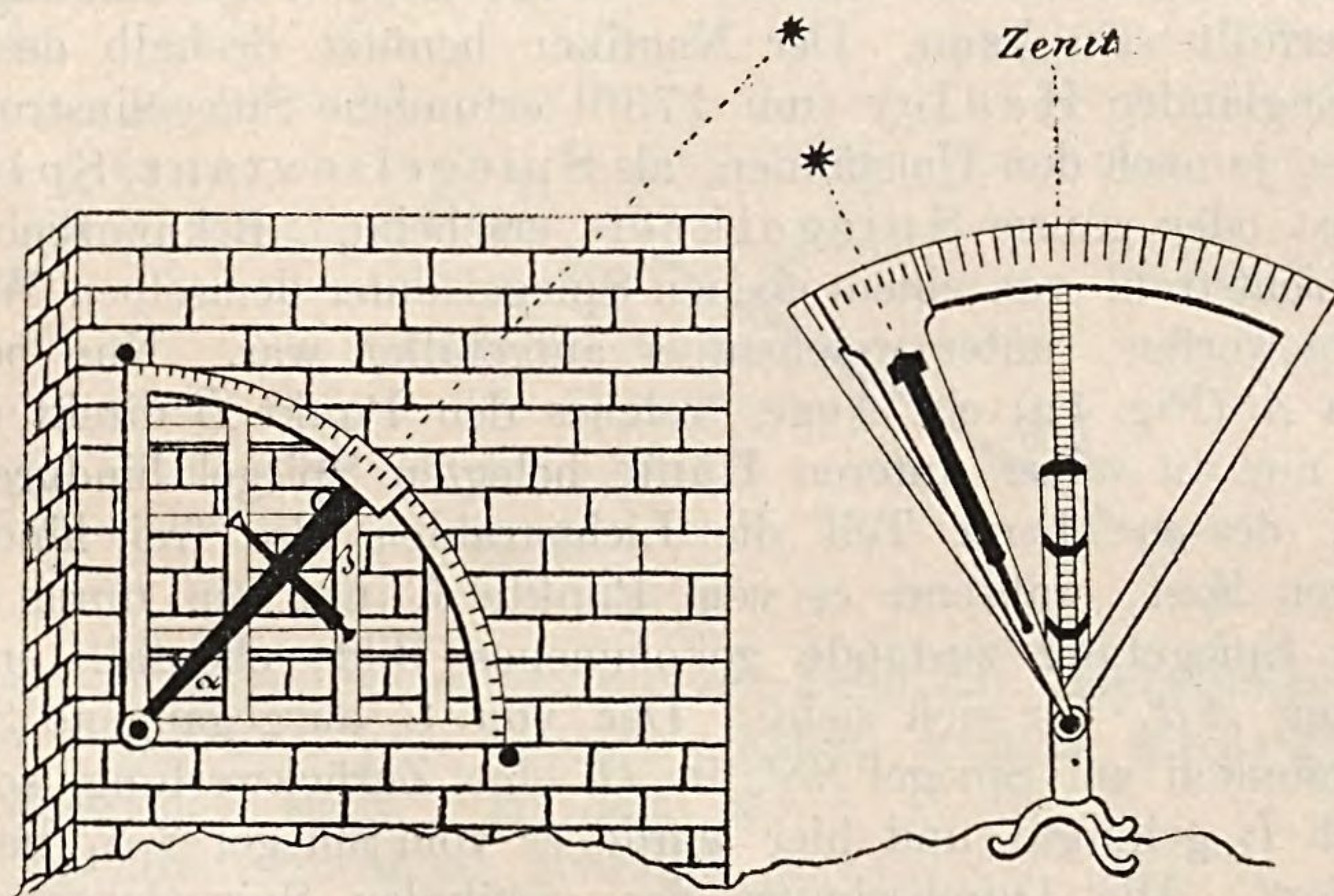


Fig. 3 a.

Fig. 3 b.

IV) Mauerquadrant und Zenitsektor. Zur Erleichterung der im Meridiane vorzunehmenden Messungen, und solche

standes vom eigenen Standorte zu ermitteln. Vervollkommnete Distanzmesser dieser Art strebt insbesondere die Artillerie herzustellen.

bilden das Hauptgeschäft des Astronomen, führte man in dieser Ebene eine Mauer auf und befestigte an dieser, wie Fig. 3 a zeigt, den solid aus Metall gefertigten vierten Teil eines Kreises. Ursprünglich waren bei α und β Durchsichten angebracht; später brachte man ein Fernrohr, entweder in der Achse der Alhidade oder senkrecht zu dieser an. — Daneben wurde der Zenitsektor (Fig. 3 b) gebraucht, wenn es sich darum handelte, Abstände vom Scheitelpunkt mit großer Exaktheit zu messen. Der Radius des Bogens war sehr groß, der Bogen selbst aber umfaßte nur einige Grade. — Allmählich wurde aus dem Mauerquadranten

V) Der Meridiankreis, das Hauptinstrument einer modernen Sternwarte. Ein Fernrohr kann sich in der Meridianebene zwischen zwei Pfeilern frei drehen; der frühere Viertelskreis ist jetzt durch einen ganzen Kreis ersetzt.

VI) Die Spiegelinstrumente. Bei allen bisher besprochenen Instrumenten, allein den Gradstock ausgenommen, verstand es sich ganz von selbst, daß ihre Aufstellung eine ganz stabile sei. Allein am wichtigsten ist gerade die Winkelmessung auf dem schwankenden Schiffe, wo doch diese Vorbedingung niemals erfüllt sein kann. Der Nautiker benützt deshalb das von dem Engländer Hadley (um 1730) erfundene Spiegelinstrument, welches, je nach den Umständen, als Spiegelsextant, Spiegeloktant oder ganzer Spiegelkreis erscheint. Bekanntlich wird jeder Lichtstrahl von einem ebenen Spiegel unter demselben Winkel zurückgeworfen, unter welchem er aufgefallen war. Nun befinde sich in A (Fig. 4 a) ein Auge, welches den Punkt B direkt durch einen nur in seiner unteren Hälfte belegten Spiegel hindurch erblickt, dessen oberer Teil die Lichtstrahlen also frei hindurchpassieren läßt, während es vom Punkte C nur ein durch zweimalige Spiegelung zustande gekommenes Bild, ebenfalls in der Richtung AB , vor sich sieht. Der von C ausgegangene Strahl erlitt nämlich am Spiegel SS' , in D , eine Zurückwerfung, so daß er nach E gelangte, und hier wurde er vom Spiegel S_1S_1' nach A reflektiert. Die Durchschnitte der vertikalen Spiegelebenen mit der Zeichnungsebene begegnen sich, verlängert, in dem Punkte G , und dann gilt folgender Lehrsatz:

Der Winkel φ , den die beiden Spiegelebenen mit einander bilden, ist halb so groß, als der Winkel $BAC = \alpha$, auf dessen Bestimmung es ankommt.

Zum Beweise setzen wir $\sphericalangle AED = \varepsilon$, $\sphericalangle GEA = \sphericalangle S_1ED = x$ und $\sphericalangle EDS' = \sphericalangle CDS = y$, dann folgt aus dem Satze von der Winkelsumme im Dreieck sofort:

$$\varphi + x + \varepsilon + y = 180^\circ,$$

$$\alpha + \varepsilon + 2y = 180^\circ$$

$$\varphi + x + \varepsilon + y = \alpha + \varepsilon + 2y.$$

$2x$ ist aber als Aussenwinkel des Dreiecks $AED = \alpha + 2y$, somit hat man:

$$\varphi + \frac{1}{2}\alpha + y + \varepsilon + y = \alpha + \varepsilon + 2y; \quad \varphi = \frac{1}{2}\alpha,$$

was zu beweisen war.

Der Beobachter hält das Instrument an dem vertikal zur Limbusebene angebrachten Tragzapfen, visiert durch den unbelegten Teil des Spiegels S_1S_1 nach dem Objekte B und dreht die

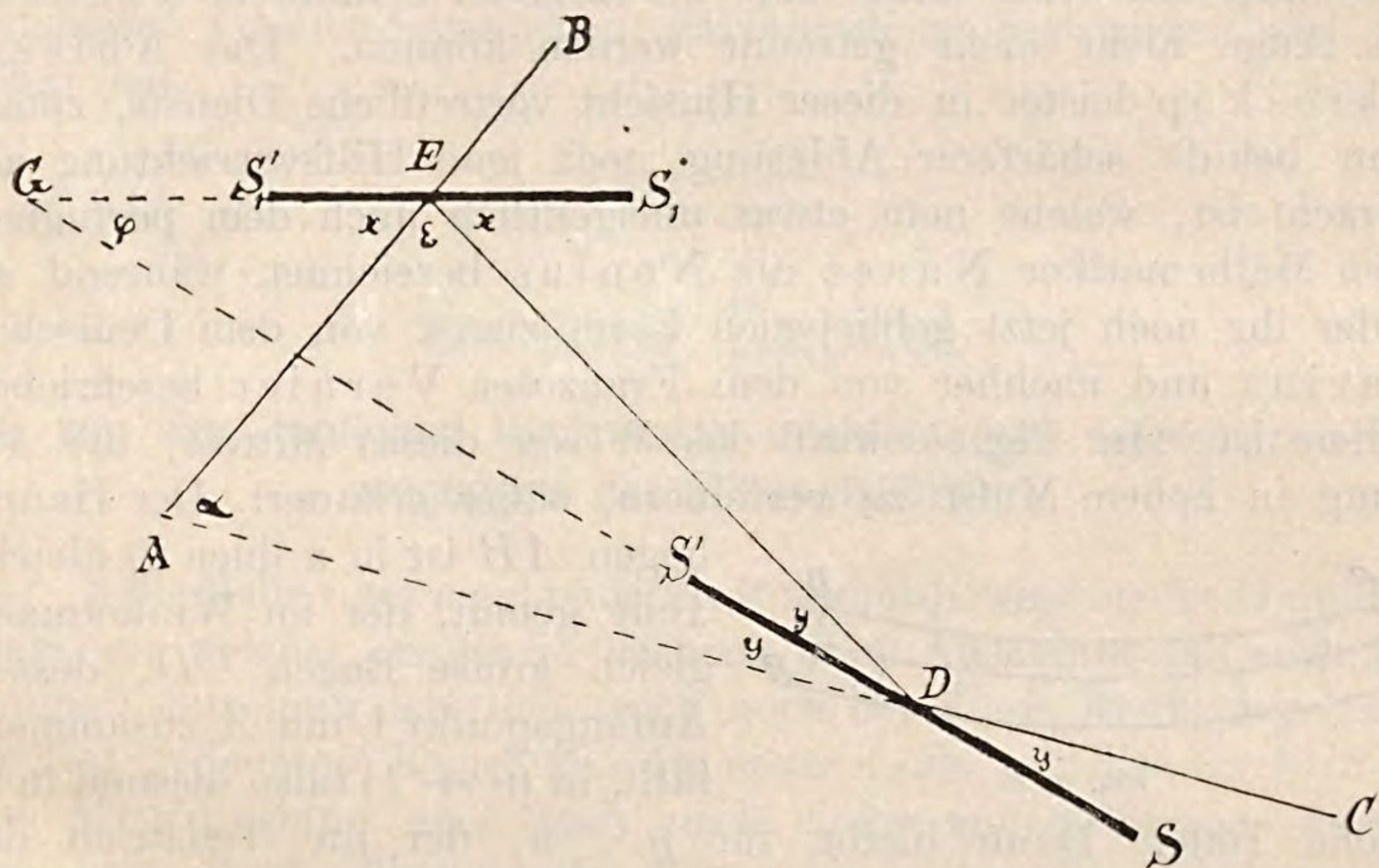


Fig. 4 a.

Alhidade so lange, bis er im unteren Teile das (doppelte) Spiegelbild des Objektes C hart daneben erkennt, etwa so, wie es Fig. 4 b zu verdeutlichen sucht. In dem Momente, da dies erreicht ist, schraubt er die Alhidade fest und liest dann am Limbus den Winkel α direkt ab. Um dies zu erleichtern, sind die an den Limbus geschriebenen Zahlen der Grade und Minuten bereits doppelt so groß angegeben als es eigentlich erforderlich wäre; es wird so die

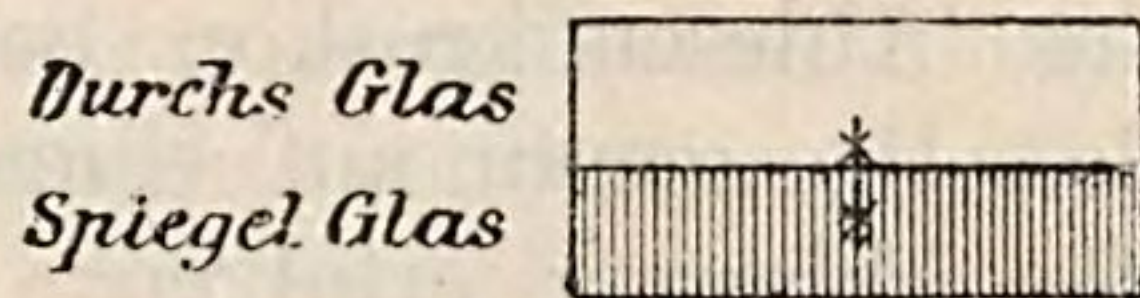


Fig. 4 b.

Multiplikation der abgelesenen Anzahl von Graden, Minuten und Sekunden mit zwei überflüssig gemacht.

Das Beobachtungsfernrohr ist heutzutage gewöhnlich ein dioptrisches, ein Refraktor, d. h. die durch ein System zentrierter Glaslinsen gehenden Strahlen erzeugen von dem entfernten Gegenstande im Brennpunkte ein Bild, welches durch das Okular, als durch ein Vergrößerungsglas, betrachtet wird. Die früher viel gebrauchten katoptrischen Fernrohre (Teleskope, Reflektoren) treten seit der Erfindung der Kunst, achromatische, der Farbenzerstreuung entbehrende Linsenverbindungen herzustellen, mehr und mehr in den Hintergrund.

Die genaue Teilung des Limbus ist Sache des Mechanikers, doch findet die Technik ihre naturgemäße Beschränkung in dem Umstande, daß zwei allzu nahe an einander befindliche Teilstriche vom Auge nicht mehr getrennt werden können. Das Ablesemikroskop leistet in dieser Hinsicht vortreffliche Dienste, zumal wenn behufs schärferer Ablesung noch jene Hilfsvorrichtung angebracht ist, welche man etwas uneigentlich nach dem portugiesischen Mathematiker Nunez als Nonius bezeichnet, während sie in der ihr noch jetzt gebliebenen Form zuerst von dem Deutschen Clavius und nachher von dem Franzosen Vernier beschrieben worden ist. In Fig. 5 wird das Wesen dieses Mittels, die Ablesung in hohem Maße zu verfeinern, näher erläutert. Der Haupt-

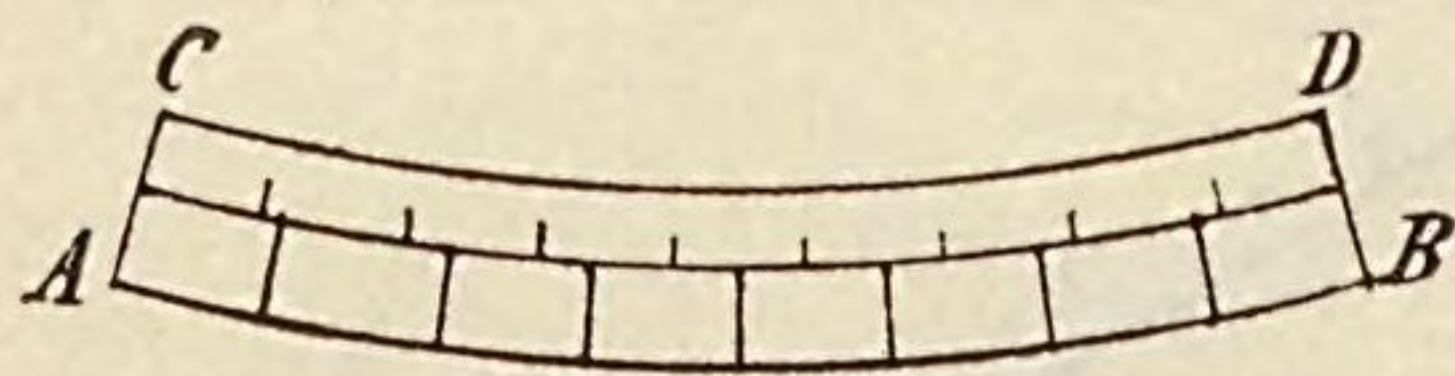


Fig. 5.

bogen AB ist in n (hier 8) gleiche Teile geteilt, der im Winkelmaße gleich große Bogen CD , dessen Anfangspunkt C mit A zusammenfällt, in $(n + 1)$ (also diesmal in 9)

gleiche Teile. Dann bleibt, für $p < n$, der p te Teilstrich des Hilfsbogens oder Nonius gegen den p ten Teilstrich des Hauptbogens um

$$p \left(q - \frac{nq}{n+1} \right) = \frac{pq}{n+1} \left(\text{im besonderen Falle um } \frac{pq}{9} \right)$$

zurück, wenn q die Länge eines Teiles von AB bezeichnet. In der Praxis kommt es nun darauf an, zu ermitteln, wo der durch das Ablesemikroskop betrachtete Index am Limbus steht; fällt derselbe genau auf einen der Teilstriche, so kann ohne weiteres die Ablesung erfolgen; in den weitaus häufigeren Fällen einer nicht unmittelbaren Koïncidenz sucht man den nächsten Teilstrich des Nonius auf, der mit einem Teilstriche des Limbus genau zu-

sammenfällt, und zählt hierauf in der angegebenen Weise rückwärts. Natürlich wird derselbe Zweck erreicht, wenn CD statt $(n + 1)$ gleichen Teilen deren $(n - 1)$ enthält (vortragender und schleppender Nonius).

Neben einem guten Winkelmessinstrumente ist eine genau gehende Uhr das Hauptrequisit des Astronomen. Da aber zwei Beobachter ein und dasselbe Ereignis, z. B. den Durchgang eines Sternes durch den Vertikalfaden des Fadenkreuzes, fast nie genau zur gleichen Zeit wahrnehmen, so muß die entsprechende Zeitdifferenz, ehe eine gemeinsame Beobachtung gemacht wird, zuvor durch Versuche festgestellt sein. Man nennt dieselbe die persönliche Gleichung. Der Einfluß derselben ist viel geringer geworden, seitdem man den Augenblick, in welchem das Ereignis eintritt, durch den nach Art des Morse'schen Telegraphen eingerichteten Chronographen galvanisch zu registrieren sich gewöhnt hat.

Zweites Kapitel.

Die von der täglichen Umdrehung unabhängigen scheinbaren Bewegungen der Himmelskörper.

§ 6. Neben der regelmässigen Rotationsbewegung der Himmelskugel, an welcher sämtliche Gestirne ohne Ausnahme teil nehmen, kommen einzelnen derselben auch noch besondere Bewegungen auf der fest gedachten Kugel zu. In erster Linie gilt dies für Sonne und Mond, dann aber auch noch einige andere Sterne, welche man, eben ihrer selbständigen Bewegung halber Wandelsterne oder Planeten (von $\pi\lambda\alpha\nu\tilde{\alpha}\sigma\theta\alpha\iota$, umherschweifen) nennt. Die meisten Planeten sind mit unbewaffnetem Auge nicht wahrzunehmen, und das Altertum kannte so natürlich nur fünf derselben: Merkur, Venus, Mars, Juppiter und Saturn.

Fixsterne
und
Planeten.

Alle übrigen Gestirne nennt man Fixsterne; sie unterscheiden sich äusserlich von den in ruhigerem Glanze erstrahlenden Planeten durch ein lebhafteres Glitzern oder Szintillieren. Um eine bessere Übersicht zu erlangen, sondert man die Fixsterne in Gruppen, sogenannte Sternbilder ab, und wenn es um die Bestimmung eines einzelnen Sternes zu thun ist, so nennt man entweder nach Art der Alten die Stelle des Stern-

bildes (Gürtel des Orion, Haupt des Löwen u. s. w.) oder man belegt, nach Bayers Vorgang (um 1603), die zusammengehörigen Sterne mit griechischen und, falls diese nicht ausreichen, mit lateinischen Buchstaben, bei Erschöpfung beider Alphabete aber mit den fortlaufenden Ordnungszahlen. So ist (s. u. § 4) „ α ursae minoris“ (oder „der Stern im Schweife des Kleinen Bären“) der Polarstern, so ist „Nr. 61 cygni“ ein berühmter Doppelstern. Kenntniss der einzelnen Sterne und Sterngruppen lehrt die Astrognosie, welche sich namentlich, im Sinne der alexandrinischen Astronomen Aristyllos und Timocharis, der Zusammenfügung charakteristischer Objekte durch das Alignement bedient. Wenn irgendwo, so macht in der Astrognosie Übung den Meister, die dem Buche beigefügte Sternkarte gibt die notwendigen Hilfen.

Als bemerkenswert seien folgende Sternbilder verzeichnet:

- a) nördlich vom Tierkreise*): Grosser Bär (oder Wagen); Kleiner Bär (oder Wagen, Kalsiopeja, Perseus, Fuhrmann, Andromeda, Bootes, Schlange und Schlangenträger, Herkules, Drache, Schwan, Adler. Im ganzen zählt man deren 21.**)
- b) südlich vom Tierkreise: Orion, Grosser und Kleiner Hund, Eridanus, Walfisch, Schiff Argo, Wasserschlange, Kentaur. Im ganzen zählt man deren 15.
- c) dem Tierkreise selbst angehörig: Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Skorpion, Schütze, Steinbock, Wassermann, Fische. Man merkt sich diese 12 Tierkreisbilder am leichtesten vermittelt eines Distichons:

Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo,

Libraque, scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces.

Die Sterne werden, in Gemäfsheit ihres Glanzes, in Gröfsen-

*) Das Wesen dieses wichtigen Himmelskreises zu kennzeichnen, bleibt dem übernächsten Paragraphen vorbehalten

**) Wir haben mit diesen Zahlangaben bloß die 48 Sternbilder im Auge, welche in dem grossen, zur Zeit des Kaisers Trajan entstandenen astronomischen Lehrbuche des Alexandriner Ptolemaeus (*μεγάλη σύνταξις*, von den Arabern *Almagest* genannt) aufgezählt sind. Wenn man alle die oft aus purer Laune und ohne Rücksicht auf wissenschaftliche Bedürfnisse von den Gelehrten des XVI. und XVII. Jahrhunderts erfundenen Sternbilder berücksichtigen wollte, so käme man im ganzen auf 131, von welchen 62 auf der nördlichen, 54 auf der südlichen Halbkugel und 15 auf beiden Halbkugeln zugleich sich befinden. Vgl. auch die Sternkarten.

klassen abgeteilt; ein normales Auge vermag noch Sterne sechster Grösse unbewaffnet zu erkennen.

Als Sterne erster Grösse gelten die nachstehend verzeichneten: Arktur im Bootes, Kapella im Fuhrmann, Wega in der Leier, Deneb im Schwan, Atair im Adler, Aldebaran im Stier, Regulus im Löwen, Spika in der Jungfrau, Antares im Skorpion, Acharnar im Eridanus, Beteigeuze und Rigel im Orion, Sirius im Grossen, Prokyon im Kleinen Hund und α Centauri (in Europa unsichtbar).

Von den Besonderheiten des gestirnten Himmels wird weiter unten (in Kap. X) die Rede sein. An dieser Stelle haben die Sterne für uns nur insoweit Interesse, als sie es uns ermöglichen, uns an der Himmelskugel zurechtzufinden.

§ 7. Wenn wir nunmehr die Bewegung des für den Menschen wichtigsten Gestirnes, der Sonne, näher ins Auge fassen, so beginnen wir unsere Beobachtungen am besten am ersten Tage eines neuen Jahres. Wir sehen, daß die Sonne nahe dem Südpunkte auf- und untergeht, nicht lange über dem Horizonte verweilt, und daß somit der Tag kurz, die Nacht lang ist. Im Monat März können wir einmal die Gleichheit von Tag und Nacht konstatieren, von da ab wird der Tag länger als die Nacht, und während am fraglichen Tage Auf- und Untergang bezüglich genau im Ost- und Westpunkte statthatte, sind späterhin der Auf- und Untergangspunkt nach der nördlichen Seite des Horizontes gewandert. Am 21. Juni ist der Tag am längsten, die Nacht am kürzesten, und die Sonne beginnt nunmehr den nämlichen Weg im entgegengesetzten Sinne zurückzulegen; im September tritt wieder Gleichheit von Tag und Nacht ein, und kurz vor dem Ende des Jahres sind Auf- und Untergangspunkt dem Südpunkte so nahe gekommen, als dies überhaupt möglich ist. Um diese Wahrnehmungen zusammenzufassen, führen wir einige neue Begriffe ein. Den Bogenabstand des Aufgangspunkts vom Ostpunkte und ebenso des Untergangspunktes vom Westpunkte bezeichnen wir resp. als Morgen- und Abendweite; beide Bogen sind einander gleich (nach welchem Satze der Planimetrie?); ist eine derselben nördlich oder südlich (positiv oder negativ), so ist dies auch die andere. Die Worte Tag- und Nachtbogen der Sonne sind an sich verständlich. Zweimal geht während 24 Stunden jedes Gestirn durch den Meridian; man sagt dann, es kulminiere, und nennt den in diesem Zeitpunkte erreichten grössten Bogenab-

Bewegung
der Sonne.

stand vom Horizonte die Kulminationshöhe. Man muß ersichtlich eine obere und eine untere Kulmination unterscheiden, welche beide zeitlich um 12 Stunden auseinanderliegen; bei der Sonne und vielen — aber nicht allen — Stellen ist nur der obere Meridiandurchgang sichtbar.

Jetzt können wir den folgenden Erfahrungssatz aufstellen:

Am 21. Dezember ist die südliche Morgenweite am grössten, dagegen sind Kulminationshöhe und Tagesbogen am kleinsten; die Sonne hat ihr Wintersolstitium*) oder, wie man auch sagt, die Wintersonnenwende erreicht. Zwischen dem 21. Dezember und 21. März bleibt die Morgenweite südlich, wird aber kleiner und kleiner, Kulminationshöhe und Tagesbogen dagegen wachsen. An jenem Tage des Frühlingsaequinoktiums (der Frühlingstagundnachtgleiche) ist die Morgenweite gleich null, um von nun an nördlich zu werden und stetig zuzunehmen. Allgemach beginnt auch der Tagbogen den Nachtbogen zu übertreffen, bis am 21. Juni Tagbogen, Kulminationshöhe und positive Morgenweite ihr Maximum erreichen. Dann hat man Sommersolstitium, Sommersonnenwende. Nunmehr aber treten sämtliche Erscheinungen in umgekehrter Reihenfolge wieder ein, indem am 23. September, dem Tage des Herbstaequinoktiums (der Herbsttagundnachtgleiche) die Morgen- und Abendweite ihr Vorzeichen wechseln. — Der Hauptkreis, welchen die Sonne an jedem Aequinoktialtage beschreibt, führt den Namen des Himmels-Aequators (circulus aequinoctialis).

Kreisbahn
der Sonne;
Tierkreis.

§ 8. Es gilt jetzt, diese Bewegung geometrisch zu begreifen. Würden wir blos dem ersten Augenscheine nachgeben und uns daran halten, daß die Sonne unausgesetzt parallele Kreise beschreibt, so würden wir offenbar sagen müssen:

*) Die Namengebung hängt damit zusammen, daß um die Zeit des 21. Juni und 21. Dezember die Bewegung der Sonne überaus langsam ist; das Tagesgestirn scheint stationär geworden zu sein. Wenn allgemein ein bewegter Punkt auf seiner Bahnlinie an eine Stelle gelangt, welche von einem gegebenen Punkte oder einer gegebenen Linie den relativ grössten und kleinsten Abstand hat, so ist an dieser Stelle die der Ordinate parallele Geschwindigkeitskomponente gleich Null.

Die Sonne bewegt sich an der Himmelskugel in einer sehr flach gewundenen Schraubenlinie; die Höhe eines Schraubenganges ist aber so gering, dass die einzelnen Windungen sich nicht merkbar von Parallelkreisen unterscheiden.

Offenbar ist diese Schraubenlinie, welche die Sonne zuerst im einen und dann im entgegengesetzten Sinne zurücklegt, zwischen zwei zum Äquator parallelen und von demselben gleichweit abstehenden Himmelskreisen enthalten. Es sind die Wendekreise (*κύκλοι τροπικοί*), und zwar ist der nördliche der Wendekreis des Krebses (von hier aus geht die Sonne rückwärts) und der südliche der Wendekreis des Steinbockes (von hier an steigt die Sonne wieder).

Dafs die soeben beschriebene Bewegung der Sonne nicht der Wahrheit entspricht, leuchtet ein. Um nun die wirkliche Sonnenbahn kennen zu lernen, merkt man, da in der nächsten Umgebung der Sonne kein Stern gesehen werden kann, für jeden Tag einen anderen Stern an, den nämlich, welcher um zwölf Uhr nachts dieselbe Kulminationshöhe erreicht, wie die Sonne um Mittag, welcher von letzterer also genau um 180° absteht. Die Positionen aller so erhaltenen Sterne verzeichnen wir auf einem Himmelsglobus und verbinden dieselben unter einander durch einen Kurvenzug: diese Linie muss sich mit derjenigen decken, welche die Sonne beschreibt. War die Konstruktion genau genug, so zeigt sich:

Die Sonnenbahn oder Ekliptik*) ist ein größter Kreis der Himmelskugel, dessen Ebene mit der des Äquators einen Winkel von beiläufig $23\frac{1}{2}^\circ$ einschließt. Dieser Neigungswinkel heißt die Schiefe der Ekliptik.

Zwei Hauptkreise haben stets die Endpunkte eines Kugeldurchmessers mit einander gemein, hier die Äquinoktialpunkte. Der auf diesem Durchmesser senkrecht stehende Diameter der Ekliptik begegnet der Himmelskugel resp. im nördlichen und südlichen Solstitialpunkte; in diesen beiden letzteren berührt je ein Wendekreis die Ekliptik. Für die letztere haben wir

*) Das Wort (eigentlich *ὁ ἐκλειπτικός κύκλος*) deutet auf ein plötzliches Nachlassen und Verlöschen (*ἐκλειψις*) des Lichtes hin und hängt in einem später (vgl. § 54) zu erläuternden Sinne mit den Verfinsterungen der Sonne und des Mondes zusammen.

sonach jetzt auch, wie früher schon (S. 4) für den Horizont, vier Kardinalpunkte erhalten.

Die Alten teilten die Ekliptik in zwölf gleiche Teile zu je 30^0 ein, welche mit den ihnen benachbarten Sternbildern annähernd den gleichen Raum einnahmen, und um die Ekliptik ward so ein beiderseits gleich weit ausgedehnter Gürtel herumgelegt, der Tierkreis oder Zodiakus. Die zwölf Tierkreiszeichen sind uns (S. 12) bereits bekannt. Infolge einer in § 78 zu erörternden Bewegung der Himmelskugel stimmen aber die gleichnamigen Zodiakalzeichen und Sternbilder gegenwärtig nicht mehr überein; wenn wir also für die Kardinalpunkte der Ekliptik die früher sinngemäßen Bezeichnungen auch jetzt noch beibehalten — Punkt des Widders (φ), Punkt des Krebses (♋), Punkt der Wage (♎) und Punkt des Steinbockes (♏) —, so müssen wir uns stets erinnern, dass der Wagepunkt nicht im Sternbilde der Wage gelegen ist u. s. w.

Lauf des
Mondes.

§ 9. Eine derjenigen der Sonne in allen wesentlichen Stücken ähnliche Bewegung läßt sich auch beim Monde nachweisen. Wir wählen als Ausgang unserer Beobachtungen jenen Märztag, an welchem, unmittelbar mit Sonnenuntergang, der Mond am Osthimmel als hell beleuchtete Scheibe (Vollmond) emporsteigt. Er durchläuft einen vom Äquator wenig abweichenden Parallelkreis und geht nahe dem Westpunkte unter. Tags darauf erfolgt der Aufgang etwa 50 Minuten nach Sonnenuntergang, und zwar sind Morgen- und Abendweite südlich, der Sichtbarkeitsbogen*) ist kleiner, der diesen zu 360^0 ergänzende Unsichtbarkeitsbogen größer geworden. Mit jedem folgenden Tage verspätet sich die Aufgangszeit um ungefähr $\frac{5}{6}$ Stunde. Dabei ändert sich aber auch das Aussehen des Mondes; er verliert scheinbar an seiner rechten, gegen Westen gewendeten Seite und wird zusehends kleiner, bis er endlich am achten Tage nach dem ersten Termine ziemlich genau im Südosten aufgeht, nur einen ganz kleinen Bogen am Himmel beschreibt und gerade nur noch in seiner linken Hälfte beleuchtet ist. Von der Sonne ist der

*) Man sieht, daß für ein beliebiges Gestirn der Sichtbarkeitsbogen dasselbe ist, was wir bei der Sonne als Tagbogen kennen lernten, und ebenso entspricht der Unsichtbarkeitsbogen dem Nachtbogen. Die obige Bezeichnung gewährt also den Vorteil, alle Himmelskörper ohne Ausnahme zu umfassen.

Mond jetzt gerade um 90° entfernt; er steht im letzten Viertel. Beide Himmelskörper kommen einander immer näher, während Auf- und Untergangspunkt des Mondes gleichmäfsig nach Norden vorrücken, und die Sichelgestalt nach rechts immer konkaver wird. Am sechsten bis siebenten Tage nach dem letzten Viertel geht er als eine ganz schmale Sichel (lunula) nahe dem Ostpunkte auf, und zwar so kurz vor Sonnenaufgang, dass er sehr bald in den Sonnenstrahlen verschwindet. Von da ab ist er einige Zeit ganz unsichtbar, weil er mit der Sonne nahezu am gleichen Orte der Himmelskugel steht; eine altersgraue Vorzeit währte, dass sich jetzt der Mond ganz von neuem bilde, und an diesen Wahn erinnert noch das Wort Neumond (*νοῦμηνία*). In den ersten auf Neumond folgenden Tagen geht unser Begleiter bald nach der Sonne auf und unter, indem er jetzt die hohle Seite seiner schmalen, sich jedoch stetig verbreiternden Sichel nach Osten kehrt. Morgenweite und Kulminationshöhe werden täglich gröfser, und am siebenten Tage nach dem neuen Monde steht der wieder erstandene im ersten Viertel, d. h. um 90° von der Sonne ab, kulminiert bei Sonnenuntergang und leuchtet bis Mitternacht, um welche Zeit er im Nordwesten untergeht. Von jetzt ab nähert er sich wieder dem Äquator, und nach Umfluss von 29 bis 30 Tagen geht er wieder als Vollmond auf, nur ein wenig südlicher, als das vorige mal.

Die Lichtgestalten oder Phasen*) sind also von der Stellung des Mondes zur Sonne abhängig. Wenn der Bogenabstand zweier in annähernd gleicher Bahn sich bewegender Himmelskörper 180° , 0° und 90° beträgt, so sagt man, sie stehen bezüglich in Opposition, in Konjunktion und im Geviertschein. Dies vorausgesetzt, können wir unsere am Monde gemachten Erfahrungen folgendermafsen in Kürze zusammenfassen:

Dem Monde eignet auf den ersten Blick eine derjenigen der Sonne vollkommen analoge Schraubenbewegung, und es läfst sich geradeso durch Notierung

*) *Φάσις* ist so viel wie *φαίνόμενον* (Erscheinung). — Wer sich ohne besondere Überlegung unterrichten will, ob der Mond im ersten oder letzten Viertel steht, der gedenke des lateinischen Sprichwortes: „Luna est mendax; si Decrescit, crescit; si autem Crescit, decrescit.“ Wendet sich die konkave Seite der Sichel nach links, so ist der Mond im Zunehmen begriffen; thut dies dagegen deren konvexe Seite, so nimmt der Mond ab. Oder auch: Wenn der Mond dem deutschen Buchstaben „M“ gleicht, so nimmt er ab; wenn er dem Buchstaben „3“ gleicht, so nimmt er zu.

der Fixsterne, an welchen der Weg des Mondes vorüberführt, der Nachweis erbringen, dass die Mondbahn ein von der Ekliptik nicht bedeutend abweichender — nämlich nur um etwas über 5^0 gegen sie geneigter — größter Kreis der Himmelskugel ist. Vollmond und Neumond entstehen dann, wenn Sonne und Mond in Opposition und Konjunktion sich befinden, während beim ersten und letzten Viertel Geviertschein statt hat. Die vier äquidistanten Punkte, welche die durch die Kardinalpunkte abgegrenzten Bogen der Mondbahn halbieren, sind die Oktanten.*

Vollmond und Neumond werden gemeinsam auch die Syzygien (η *συνυγία*, die Vereinigung) genannt. Ebenso gibt es für das erste und letzte Viertel die Gesamtbezeichnung der Quadraturen.

Allgemeines
über die
Planeten-
bewegung.

§ 10. Man unterscheidet die oberen Planeten, welche, allerdings ohne zumeist aus der Tierkreiszone hervorzutreten*), durch die ganze Himmelskugel schweifen, von den unteren Planeten, welche sich stets so wenig von der Sonne entfernen, dass in einigermaßen dunstiger Luft sogar ihre Sichtbarkeit in Frage gestellt wird. Insbesondere gilt dies von Merkur, den Copernicus in vierzigjähriger astronomischer Thätigkeit niemals zu Gesichte bekommen zu haben bedauerte. Venus und Merkur haben, wie man sich ausdrückt, stets nur eine geringe Elongation von der Sonne.

Wenn man die Bahnen der oberen Planeten in der uns bereits geläufigen Weise auf einem Sternglobus absteckt, so erscheinen dieselben teilweise als ziemlich verwickelte Kurven. Während sie sich nämlich im allgemeinen in derselben Richtung, wie Sonne und Mond, bewegen, kommt es doch auch vor, dass sie plötzlich einige Zeit stille zu stehen scheinen (stationär werden), und sodann aus der bisher eingehaltenen rechtläufigen Bewegung in die rückläufige übergehen. Durch diesen Wechsel des Bewegungssinnes ist häufig, jedoch keineswegs immer, eine Schleifenbildung bedingt.

An dieser Stelle konnten nur Thatsachen auf grund der Erfahrung vorgebracht werden. Die Erklärung der erwähnten

*) Von den hier zunächst in betracht kommenden fünf Planeten, die mit bloßem Auge sichtbar sind, gilt dies sämtlich. Nur die Bahnen einiger der sogenannten kleinen Planeten sind unter einen bedeutenderen Winkel gegen die scheinbare Sonnenbahn geneigt (vgl. § 84).

Besonderheiten der Planetenbewegung erfolgt erst später (s. in § 58 und 66).

§ 11. Wir haben bei den bisherigen Darlegungen nicht umhin gekonnt, einzelne Zeitmaße, als aus dem gewöhnlichen Leben bekannt, zu verwenden. Nunmehr aber sind wir in der Lage, diese Begriffe wissenschaftlich definieren zu können. Indem wir nämlich die später notwendig werdende Spezialisierung den §§ 21 und 53 vorbehalten, setzen wir folgendes fest:

Begriff des
Jahres und
Monates.

Tag ist die Zeit, welche die Himmelskugel zu einer einmaligen Umdrehung um die Weltachse braucht; Woche ist die Zeit, welche der Mond braucht, um von einem Kardinalpunkte seiner Bahn zum nächsten zu gelangen; Monat ist der Zeitraum, innerhalb dessen eine bestimmte Mondphase sich wiederholt; Jahr endlich ist die Zeit, welche zwischen zwei konsekutiven Durchgängen der Sonne durch einunddenselben Kardinalpunkt der Ekliptik verfließt.

Auf das Jahr entfallen fast genau $365\frac{1}{4}$ Tage.*) Ein Tag wird in 24 Stunden, eine Stunde in 60 Minuten, eine Minute in 60 Sekunden geteilt, oder es ist

$$1^d = 24^h = (24 \cdot 60 = 1440)^m = (1440 \cdot 60 = 86400)^s.$$

Die Verschiedenheit der Bezeichnung von Zeitminuten und Bogenminuten, Zeitsekunden und Bogensekunden darf nicht ausser acht gelassen werden.

Näheres über Zeiteinteilung und Kalenderrechnung enthält das elfte Kapitel. Vorläufig konnte nur so viel gegeben werden, als für das Verständnis des folgenden unbedingt erfordert wird.

*) Die genaue Ermittlung der Jahreslänge ist in der Praxis eine keineswegs leichte Aufgabe. Es ist sogar wahrscheinlich, dass die babylonischen Astronomen, als sie sich an diese Aufgabe wagten, das Jahr ursprünglich nur 360 Tagen gleichsetzten und so den Grund zu der — nachweislich von ihnen ausgegangenen — sexagesimalen Teilung des Kreisumfanges legten. Ein Tagesschritt war dann eben der 360. Teil der Sonnenbahn. Verwunderlich wäre ein solches Versehen nicht angesichts der Schwierigkeit, den Moment eines Solstiums scharf zu bestimmen.

Drittes Kapitel.

Die drei Koordinatensysteme der Himmelskugel;
Sphärische Astronomie.

Wichtige
Hauptkreise
der Himmels-
kugel.

§ 12. Von den unendlich vielen Hauptkreisen der Himmelskugel, deren gemeinsames Zentrum der — unverrückt beibehaltene — Standpunkt des Beobachters ist, kommen für uns hauptsächlich drei in betracht: Horizont, Äquator und Ekliptik. Fig. 6 stellt uns diese Kreise in ihren gegenseitigen Beziehungen vor Augen.

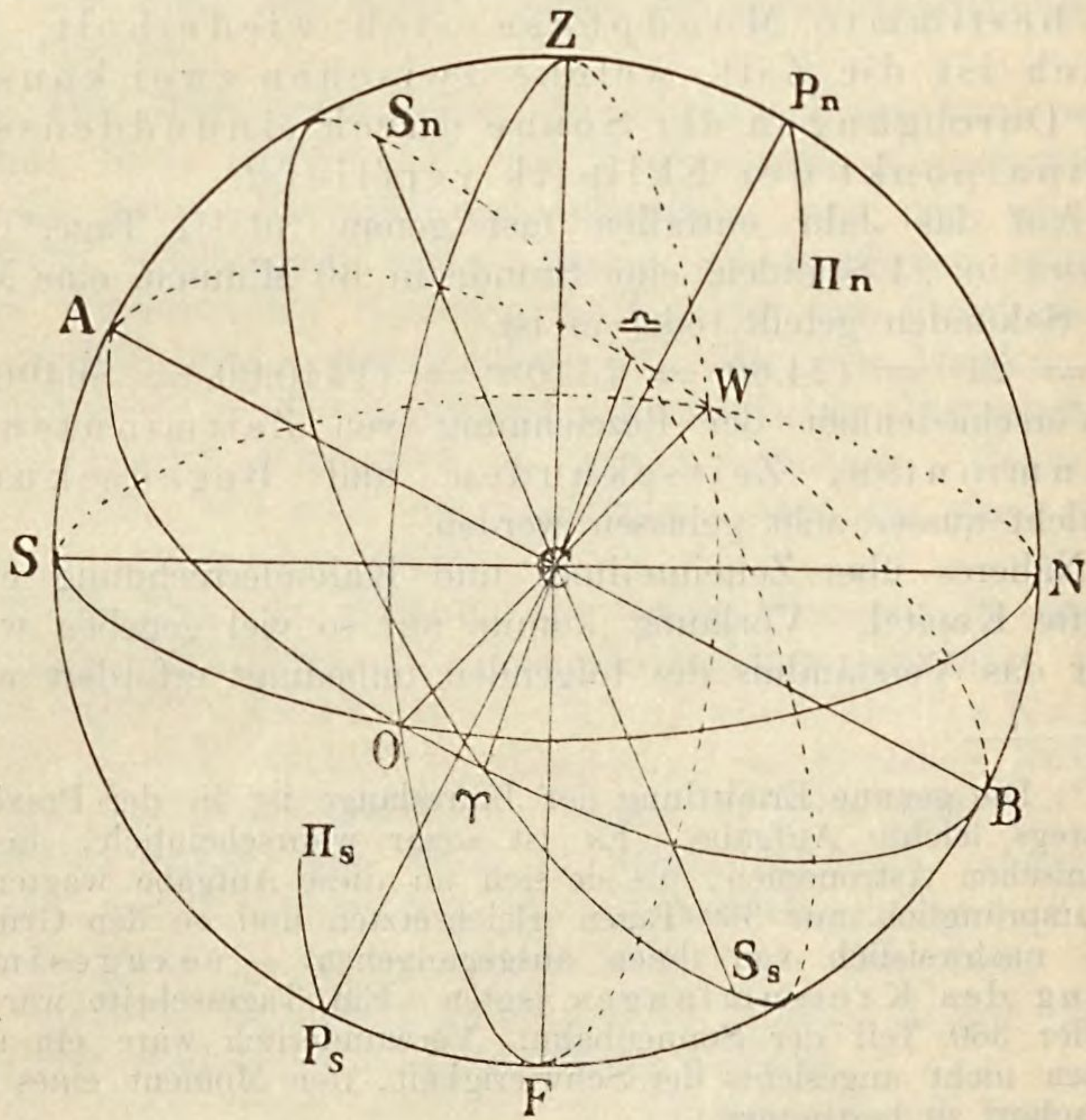


Fig. 6.

C ist der gemeinschaftliche Mittelpunkt, S der Südpunkt, N der Nordpunkt, W der Westpunkt, O der Ostpunkt des Horizontes. Wenn Z der Scheitelpunkt, F der Fusspunkt von C ist,

so steht ZF in C sowohl auf SN als auch auf WO senkrecht. Der Äquator $AWBO$ durchschneidet den Horizont längs der Ost-westlinie; auf ihm steht in C die Weltachse, d. h. die den Nordpol P_n mit dem Südpol P_s verbindende grade Linie, senkrecht. Der Bogen $P_n N (= P_s S)$ ist das Mass der Polhöhe, der Bogen $AS (= BN)$ dasjenige der Äquatorhöhe für den in C angenommenen Beobachter. Da ersichtlich $\sphericalangle ACP_n = 90^\circ$ ist, so folgt aus der Figur:

Äquatorhöhe + Polhöhe = Neunzig Grad.

Die Ekliptik schneidet den Horizont ebenfalls in zwei Punkten, den Äquator in den beiden Punkten γ und ϖ ; die Punkte S_n und S_s , die Solstitialpunkte des Sommers und Winters, stehen von den beiden ersteren je um 90° ab. Da die Ekliptik ein größter Kreis der Sphäre ist, so muss es auf letzterer zwei Punkte Π_n und Π_s geben, welche von sämtlichen Punkten der Ekliptik gleichweit entfernt sind: die Pole (Nordpol und Südpol) der Ekliptik. Ein durch die Weltpole und die Solstitialpunkte gelegter Hauptkreis heißt *Kolur**) der Solstitien; ihm entspricht der auf ihm senkrecht stehende *Kolur* der Äquinoktien.

§ 13. Unsere nächste Aufgabe wird es nun sein, den Ort eines Sternes oder sonstigen Punktes der Himmelskugel mit mathematischer Genauigkeit zu bestimmen. Wir nehmen einen Hauptkreis $EGFH$ (Fig. 7) als fest an und ebenso auf ihm einen festen Punkt G . Ist dann A_1 der zu fixierende Punkt, so legen wir durch diesen einen auf $EGFH$ senkrecht stehenden Hauptkreis, welcher jenen im Punkte K schneidet, und erkennen: Sobald der Bogen GK , die sogenannte *Abszisse*, und der Bogen A_1K , die sogenannte *Ordinate*, bekannt sind, ist dies auch die Lage des Punktes A_1 . Die Abszissen werden von 0° bis 360° in der Peripherie des Kreises $EGFH$ von G aus herumgezählt; die

Sphärische
Koordinaten.

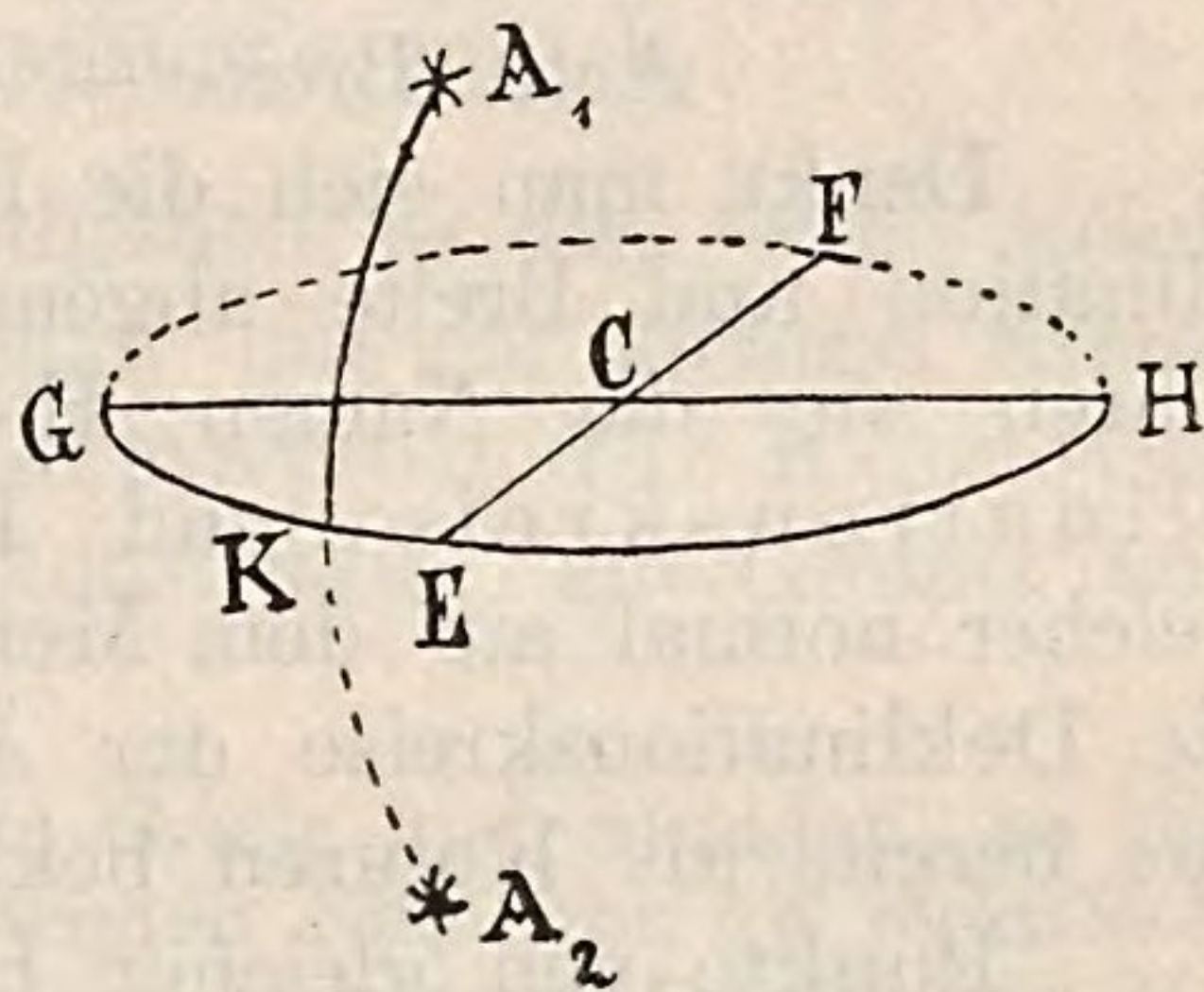


Fig. 7.

*) Mutmaßlich kommt das viel umstrittene Wort vom griechischen *κολούειν* (verstümmeln) her, weil der eine der beiden Koluren den Körper des Großen, der andere denjenigen des Kleinen Bären zu der Zeit durchschneidet, als von den Griechen diese Bezeichnung eingeführt wurde.

Ordinaten müssen, damit die Bestimmung eine eindeutige sei, mit dem positiven oder negativen Vorzeichen versehen werden. Wenn in unserer Zeichnung A_1K positiv angenommen wird, so erhält der an GröÙe gleiche Bogen A_2K das Zeichen Minus.

Je nachdem nun der Zählungskreis $EGFH$ mit einem der drei oben bezeichneten Hauptkreise der Himmelskugel übereinstimmt, gelten in der Astronomie verschiedene Benennungen:

Wählt man als festen Kreis den Horizont, so heißt die Abszisse Azimut (arabisch), die Ordinate Höhe.

Wählt man als festen Kreis den Äquator, so heißt die Abszisse Rektaszension, die Ordinate Deklination.

Wählt man als festen Kreis die Ekliptik, so heißt die Abszisse astronomische Länge, die Ordinate astronomische Breite.

Im erstgenannten sphärischen Koordinatensysteme gilt als positive Halbkugel die sichtbare. Für die beiden anderen Systeme ist positiv mit nördlich gleichbedeutend.

Die Begriffe Zenitdistanz, Poldistanz und Ekliptikpoldistanz sind an sich klar. Für jeden Punkt der Himmelskugel gelten diese Beziehungen:

$$\begin{aligned} \text{Höhe} + \text{Zenitdistanz} &= \text{Deklination} + \text{Poldistanz} = \\ \text{Astr. Breite} + \text{Ekliptikpoldistanz} &= 90^\circ. \end{aligned}$$

Denkt man sich die Hauptkreise, auf welchen Höhe, Deklination und Breite abgemessen werden, ganz ausgezogen, so führen sie die Namen Höhen- oder Vertikalkreis, Deklinationskreis und Breitenkreis. Jener Höhenkreis, welcher normal auf dem Meridian steht, ist der erste Vertikal; die Deklinationskreise der Äquinoktial- und Solstitialpunkte sind uns bereits als Koluren bekannt geworden.

Punkte von gleicher Höhe liegen auf einem zum Horizonte parallelen Kugelkreise, einem Almukantarät (arabisches Wort); der geometrische Ort von Punkten gleicher Deklination heißt schlechtweg Parallelkreis oder nur Parallel.

Unter Stundenwinkel eines Punktes versteht man den sphärischen Winkel zwischen dem Meridian und dem Deklinationskreis des Punktes. Daß zwischen Rektaszension und Stundenwinkel, die ja beide auf dem nämlichen Abszissenkreise abgemessen werden, ein naher Zusammenhang obwaltet, wird sich bald herausstellen.

Beide Größen können, statt im Bogenmafs, auch im Zeitmafs angegeben werden. Da nämlich im Verlaufe von 24 Stunden sämtliche 360 Grade des Äquators, und jeder in derselben Zeit, durch den Äquator hindurchgehen, so kann man, um die Gradenzahl ω in eine Stundenzahl t , und umgekehrt, umzusetzen, von der Proportion

$$360 : \omega = 24 : t$$

Gebrauch machen. Es ist $\omega = 15t$, $t = \frac{1}{15}\omega$.*)

Es erübrigt noch, über die Anfangspunkte der Abszissen-zählung, sowie über den Sinn, in welchem diese Zählung zu erfolgen hat, eine Verständigung herbeizuführen. Die Übereinkunft der Astronomen besagt:

Im Systeme des Horizontes geht man vom Südpunkte gegen den Westpunkt fort, so dafs Westpunkt, Nordpunkt und Ostpunkt resp. die Azimute 90° , 180° , 270° aufzuweisen haben.

Im Systeme des Äquators und der Ekliptik geht man vom Widderpunkte aus und zählt in einem der täglichen Bewegung entgegengesetzten Sinne.

Die sphärische Astronomie hat es lediglich mit Objekten zu thun, die als der Himmelskugel angehörig gedacht werden können. Bei der Lösung hieher gehöriger Probleme kommt man stets auf die obigen drei Koordinatensysteme zurück.

§ 14. Eine der wichtigsten Aufgaben ist die, Örter, welche auf eines der drei Systeme bezogen sind, auf ein anderes System zu übertragen. Dies ist die Transformation der Koordinaten, welche die alten Astronomen konstruktiv am Globus voll-

Übergang
von der
Ekliptik zum
Äquator.

*) Handelt es sich nicht um ganze Grade und Stunden, so thut man wohl, auf die kleinste der vorkommenden Einheiten zu reduzieren. Welches Bogenmafs ω entspricht z. B. einer Rektaszension $9^h 15^m 24^s$? Dies sind $(9 \cdot 3600 + 15 \cdot 60 + 24 = 33324)$ Zeitsekunden, und man hat also die Proportion

$$360 \cdot 3600'' : \omega'' = 24 \cdot 3600^s : 33324^s,$$

woraus sich $\omega = 15 \cdot 33324'' = 499860''$ berechnet. Division mit 60 ergibt $\omega = 8331'$, weitere Division $\omega = 138\frac{51}{60}^\circ = 138^\circ 51'$. Andere Beispiele: β ursae minoris, α ursae majoris, α leonis, α pegasi haben resp. eine Rektaszension $= 222^\circ 48'$, $163^\circ 41'$, $150^\circ 10'$, $344^\circ 23'$; wie drückt sich diese Rektaszension im Zeitmafs aus? ($14^h 51^m 12^s$, $10^h 54^m 44^s$, $10^h 0^m 40^s$, $22^h 57^m 32^s$). Der Stundenwinkel von γ ursae minoris, δ ursae majoris, α scorpii beträgt im Zeitmafs $8^h 15^m 0^s$, $11^h 27^m 24^s$, $14^h 1^m 24^s$; wie groß ist derselbe im Bogenmafs? ($120^\circ 3' 45''$, $171^\circ 51'$, $210^\circ 21'$).

zogen, während wir uns der Hilfsmittel der sphärischen Trigonometrie bedienen. *) Als ersten und einfachsten Fall betrachten wir die gegenseitigen Beziehungen zwischen Ekliptik und Äquator, weil hier auf beiden Abszissenkreisen von dem nämlichen Nullpunkte (γ) aus gezählt wird. C (Fig. 8) sei das Himmelszentrum, P der Nordpol, E der nördliche Pol der Ekliptik, AB der Äquator, FG die Ekliptik, γ der als Anfangspunkt dienende Schnittpunkt der Ekliptik, $\sphericalangle A\gamma F = \sphericalangle B\gamma G = \varepsilon$ die Schiefe der Ekliptik. Bei unserer Art der Zeichnung fällt der Grenzkreis $PEAFP'BGP$ mit dem Kolor der Solstitien zusammen und bildet mit dem Kreise $P\gamma P'$, dem Kolor der Äquinoktien, in P einen rechten Winkel. Σ sei der zu bestimmende Stern; wir verbinden ihn mit P und E durch Hauptkreisbogen, welche in ihrer Verlängerung auf Äquator und Ekliptik resp. in U und T senkrecht stehen, und fassen hierauf das sphärische Dreieck $PE\Sigma$ ins Auge. Es ist darin $PE = \varepsilon$, $P\Sigma =$ dem Komplement der Deklination,

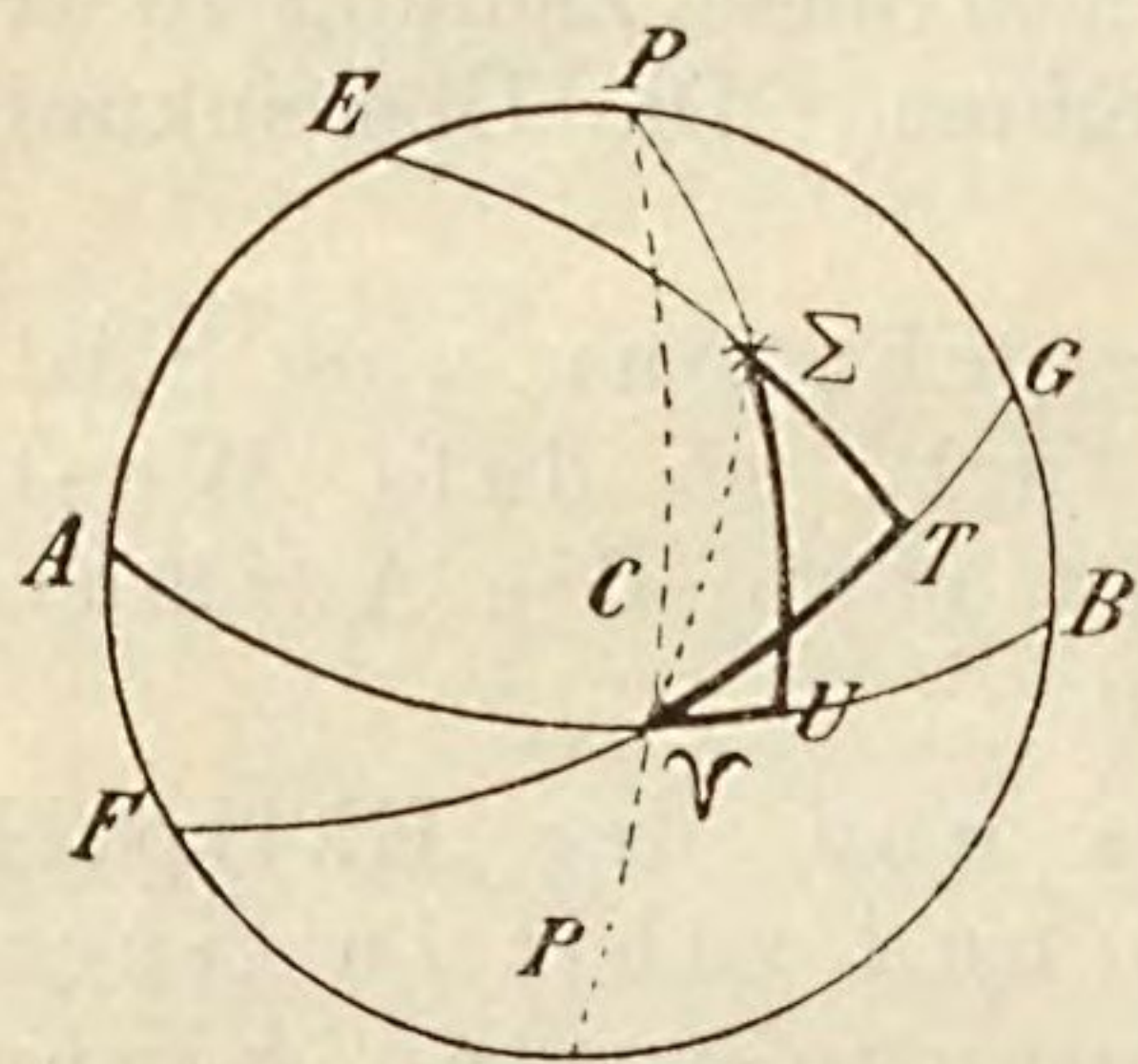


Fig. 8.

also $= 90^\circ - \delta$, $E\Sigma =$ dem Komplement der astronomischen Breite, also $= 90^\circ - \beta$, und wenn wir die astronomische Länge mit λ , die Rektaszension mit α bezeichnen**), so ist ersichtlich $\sphericalangle EP\Sigma = 90^\circ + \alpha$, $\sphericalangle PES = 90^\circ - \lambda$. Wenden wir jetzt auf unser Dreieck die Fundamentalsätze der Raumtrigonometrie an, ohne aber $\sphericalangle P\Sigma E$ mit zu berücksichtigen, so ergeben sich uns drei Gleichungen:

$$\begin{aligned}\cos \alpha \cos \delta &= \cos \beta \cos \lambda, \\ \sin \beta &= \cos \varepsilon \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta \sin \alpha, \\ \sin \delta &= \cos \varepsilon \sin \beta + \sin \varepsilon \cos \beta \sin \lambda.\end{aligned}$$

Mittelst dieser Gleichungen kann man sofort vom Systeme des Äquators zu dem der Ekliptik übergehen, und umgekehrt.

*) Es empfiehlt sich, dieselbe Aufgabe zuvor in der Ebene für zwei rechtwinklige Koordinatensysteme durchzuführen. Sind x und y die Koordinaten eines Punktes im alten, ξ und η im neuen Systeme, und kommen dem Anfangspunkte dieses letzteren die Koordinaten x' und y' zu, während die Richtung der neuen X-Achse mit derjenigen der alten den Winkel α einschließt, so gelten, wie zu beweisen wäre, diese Transformationsgleichungen:

$$x = x' + \xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha, \quad y = y' + \xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha.$$

**) Die hier eingeführten Buchstaben sollen diese ihre Bedeutung beibehalten, so oft dieselben Winkelgrößen in betracht gezogen werden.

Besonders einfach gestaltet sich die Rechnung dann, wenn an die Stelle des Sternes Σ die Sonne tritt. Weshalb? Man spezialisiere die obigen Formeln für diesen Fall.

Beispiele. Für Sirius ist $\alpha = 6^h 39^m 25^s$, $\delta = -16^\circ 32' 24''$, ε war zur Zeit der Beobachtung $= 23^\circ 26'$; für Spika ist $\alpha = 200^\circ$, $\delta = -10^\circ$, ε war zur Zeit der Beobachtung $= 23^\circ 28'$. Wie groß berechnen sich β und λ für beide Sterne? (im ersten Falle $\beta = -39^\circ 33' 17''$, $\lambda = 102^\circ 17' 8''$; im anderen Falle $\beta = -1^\circ 26' 30''$, $\lambda = 202^\circ 13' 28''$). Für α Arietis und γ Orionis ist resp. $\beta = 9^\circ 57' 41''$ und $= -16^\circ 50' 18''$, $\lambda = 35^\circ 50' 41''$ und $= 77^\circ 26' 32''$; wie groß ist beidemale, für $\varepsilon = 23^\circ 27' 19''$ und $= 23^\circ 27' 24''$, α und δ ? (im ersten Falle $\alpha = 29^\circ 57' 42''$, $\delta = 22^\circ 50' 48''$; im anderen Falle $\alpha = 77^\circ 55' 12''$, $\delta = 6^\circ 5' 33''$).

Es versteht sich von selbst, daß man an Stelle der zunächst erhältlichen Transformationsformeln, welchen der Nachteil innewohnt, nicht sofort für die logarithmische Berechnung tauglich zu sein, auch die Napierschen Analogien verwenden kann. Andererseits ist damit auch wieder ein Übelstand verknüpft, der nämlich, daß in die Rechnung als Hilfsgröße der an sich völlig gleichgiltige Winkel am Sterne selbst eingeht.

§ 15. Dieser Übergang würde sich, ebenso wie der umgekehrte, an und für sich minder einfach gestalten, weil Rektaszension und Azimut verschiedene Nullpunkte besitzen; indess verschwindet der Übelstand, sobald mit dem Stundenwinkel gerechnet wird. Die in Fig. 8 gebrauchten Buchstaben werden in Fig. 9 nach Möglichkeit beibehalten; S , W , N , O sind die vier Kardinalpunkte des Horizontes; der Deklinationkreis und

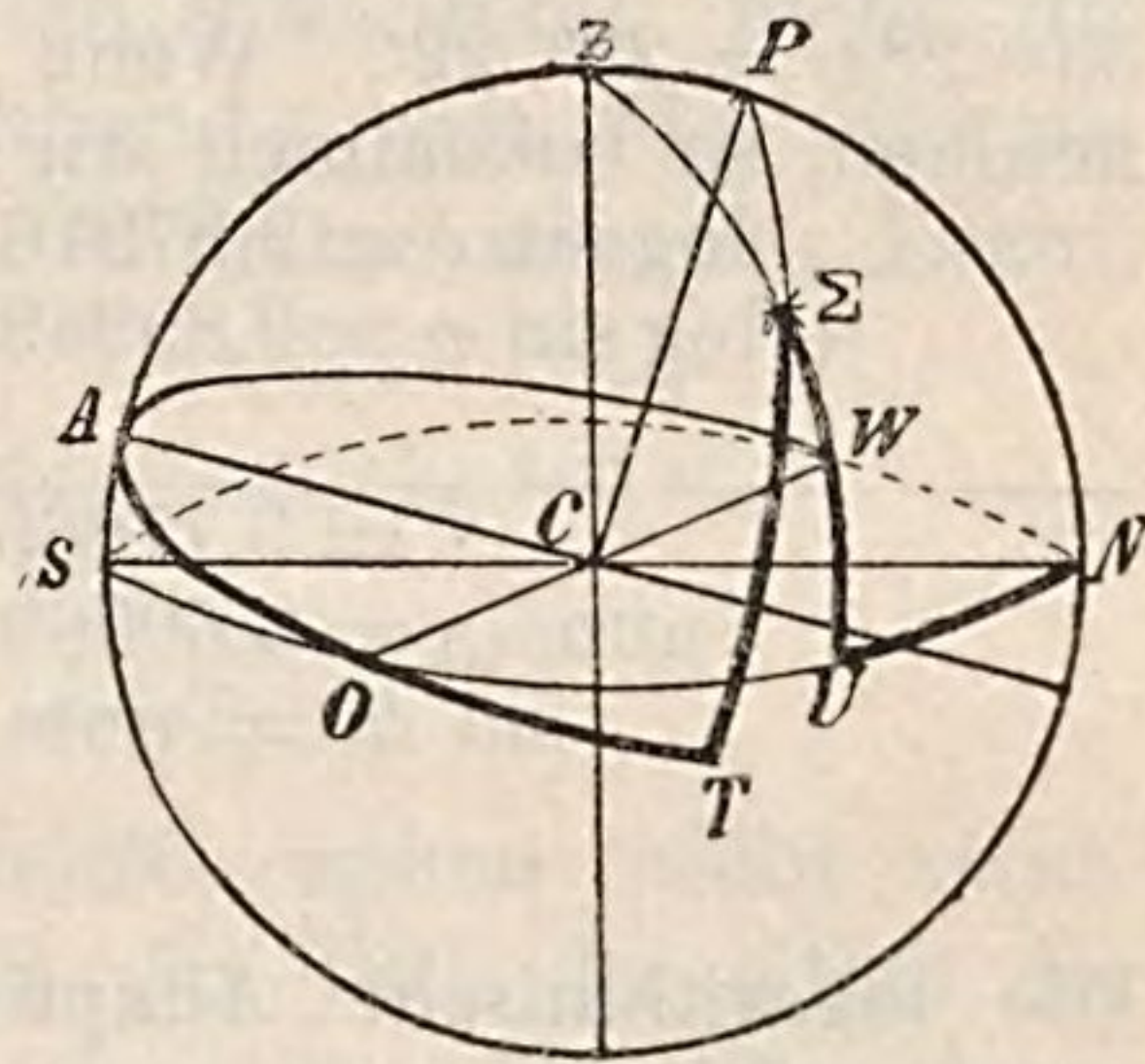


Fig. 9.

Übergang
vom Äquator
zum Hori-
zont.

Höhenkreis von Σ schneiden Äquator und Horizont resp. in T und U . Das Azimut w ist gleich $180^\circ + NU$, die Höhe $h = \Sigma U$, der Stundenwinkel $SP\Sigma = s$, die Deklination ΣT wieder $= \delta$; auch muß die Polhöhe $PN = \varphi$ bekannt sein. Im Kugeldreieck $PZ\Sigma$ ist $PZ = 90^\circ - \varphi$, $P\Sigma = 90^\circ - \delta$, $Z\Sigma = 90^\circ - h$, $\sphericalangle PZ\Sigma = w - 180^\circ$, $\sphericalangle ZP\Sigma = s$; es gelten also nach dem Sinus- und Kosinussatze diese drei Gleichungen:

$$-\cos h \sin w = \cos \delta \sin s,$$

$$\begin{aligned}\sin \delta &= \sin h \sin \varphi - \cos h \cos \varphi \cos w, \\ \sin h &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos s.\end{aligned}$$

Wir dachten uns bei der Ableitung dieser Formeln, der Stern Σ befinde sich auf der Morgen- oder Ostseite der sichtbaren Himmelskugel; es ist aber leicht einzusehen, daß, wenn wir die entgegengesetzte Seite betrachten, wo also Winkel $w < 180^\circ$ wird und s das entgegengesetzte Zeichen erhält, die Dinge sich nicht ändern; $\cos s$ bleibt unverändert; $\sin s$ wird negativ, aber da gleichzeitig $\sin w$ positiv wird, so bleibt die erste der drei Gleichungen doch dieselbe, wie oben.

Beispiele. Für die Polhöhe $\varphi = 49^\circ 27'$ hatte Venus am 13. Dezember 1876 ein Azimut $= 321^\circ 58' 24''$ und eine Höhe von $17^\circ 30' 4''$; wie gross waren im Augenblicke der Beobachtung Stundenwinkel und Deklination? ($s = -2^h 29^m 53^s$; $\delta = -15^\circ 4'$). Ein Fixstern hatte, für $\varphi = 52^\circ 30' 16''$, nach seiner Kulmination einen Stundenwinkel von $13^h 33^m 28^s$ und eine Deklination von $49^\circ 12' 40''$; wie gross waren Azimut und Höhe? ($w = 15^\circ 27' 45''$; $h = 13^\circ 37' 49''$). Die in Zeitmaß angegebenen Gröfsen sind natürlich zuvor in Bogenmaß umzusetzen.*)

*) Es empfiehlt sich, die Zahlenschemata, nach denen zu rechnen und auf deren strenge Einhaltung beim Unterrichte das höchste Gewicht zu legen ist, an einem Beispiele zur Anschauung zur bringen. Wir wählen das zuletzt angeführte: $\varphi = 52^\circ 30' 16''$, $\delta = 49^\circ 12' 40''$, $s = 1^h 33^m 28^s = 23^\circ 22'$. Wenn wir dann ohneweiters die Ausrechnung vornehmen, so bekommen wir:

$\log \sin \delta = 9,87916 - 10$ $+ \log \sin \varphi = 9,89949 - 10$	$\log \cos \delta = 9,81510 - 10$ $+ \log \cos \varphi = 9,78440 - 10$ $+ \log \cos s = 9,96284 - 10$
$= 9,77865 - 10$	$= 9,56244 - 10$
$\text{num}_{(1)} = 0,60069$	$\text{num}_{(2)} = 0,36505$
$\sin h = \text{num}_{(1)} - \text{num}_{(2)} = 0,23564$	
$\log \sin h = 9,37227 - 10$	
$h = 13^\circ 37' 49''$	

Die logarithmische Adaptierung kann in einer der folgenden beiden Arten erfolgen:

$\sin \varphi = x \cos y, \cos \varphi \cos s = x \sin y,$ $\sin h = x \sin (\delta + y),$ $\text{tang } y = \cotang \varphi \cos s, x = \sin \varphi : \cos y.$ $\log \cotang \varphi = 9,88491 - 10$ $+ \log \cos s = 9,96284 - 10$	$\sin \delta = x \cos y, \cos s \cos \delta = x \sin y,$ $\sin h = x \sin (\varphi + y),$ $\cotang y = \text{tang } \delta : \cos s, x = \sin \delta : \cos y,$ $\log \text{tang } \delta = 10,06406 - 10$ $- \log \cos s = 9,96284 - 10$
$\log \text{tang } y = 9,84775 - 10$ $\delta - y = 14^\circ 3' 16''; y = 35^\circ 9' 24''$ $\log \sin \varphi = 9,89949 - 10$ $- \log \cos y = 9,91253 - 10$	$\log \cotang y = 10,10122 - 10$ $\varphi - y = 14^\circ 7' 18''; y = 38^\circ 22' 58''$ $\log \sin \delta = 9,87916 - 10$ $- \log \cos y = 9,89426 - 10$
$\log x = 9,98696 - 10$	$\log x = 9,98490 - 10$

§ 16. Nunmehr läßt sich auch die Größe des Sichtbar- Berechnung des Tag- und Nachtbogens. keits- und Unsichtbarkeitsbogens eines Sternes leicht finden. Ersterer ist gegeben durch den doppelten Stundenwinkel s_1 , welcher der Höhe $h = 0^\circ$ entspricht; letzterer ist gleich der Ergänzung zu 360° . Man hat sonach

$$0 = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos s_1; \cos s_1 = - \operatorname{tang} \delta \operatorname{tang} \varphi.$$

Bequemer für die wirkliche Ausrechnung ist die andere Form:

$$\cos (180^\circ - s_1) = \operatorname{tang} \delta \operatorname{tang} \varphi.$$

Will man die Zeit t_1 kennen lernen, während welcher der Stern über, sowie die Zeit t_2 , während welcher er unter dem Horizonte verbleibt, so rechnet man nach den Proportionen:

$$t_1^h : 12^h = s_1^0 : 180^0; (180^0 - s_1^0) : 180^0 = t_2^h : 12^h.$$

Beispiele: Nürnbergs Polhöhe beträgt $49^\circ 27'$; am 14. Oktober hat dortselbst der Sonnenmittelpunkt eine Deklination $= -8^\circ 20'$. Wie lang ist an diesem Tage in Nürnberg resp. Tag und Nacht? ($10^h 41^m$ und $13^h 19^m$). Die Polhöhe Münchens beträgt $48^\circ 9' 54''$; wie lang ist hier resp. der längste und kürzeste Tag, d. h. der Tag, für welchen die Deklination der Sonne gleich der positiven und negativen Ekliptikschiefe (rund $\pm 23^\circ 30'$) geworden ist? ($15^h 52^m 28^s$ und $8^h 7^m 32^s$).

Sollte eine solche Frage gestellt sein, während nicht die Deklination, sondern die Morgen- (oder Abend-) weite des Sternes gegeben wäre, die wir w_1 nennen wollen, so hätte man zur Elimination von δ die beiden Gleichungen,

$$\cos s_1 = - \operatorname{tang} \delta \operatorname{tang} \varphi, \sin \delta = - \cos \varphi \sin w_1$$

anzuwenden; es findet sich

$$\cotang s_1 = - \operatorname{tang} w_1 \sin \varphi.$$

§ 17. Wie uns der Augenschein lehrt, gehen nicht sämtliche Sterne auf und unter, sondern es ist ein Teil derselben die Zirkumpolarsterne. ganze Nacht hindurch sichtbar. Es sind dies für einen Bewohner unserer Gegenden die nördlichen Zirkumpolarsterne. Aus der für die Morgenweite aufgestellten Formel $\sin w_1 = - \sin \delta$:

$+ \log \sin (\delta + y) = 9,38433 - 10$ $\log \sin h = 9,37229 - 10$ $h = 13^\circ 37' 50''$	$+ \log \sin (\varphi + y) = 9,38736 - 10$ $\log \sin h = 9,37226 - 10$ $h = 13^\circ 37' 48''$
--	---

Dafs in den Sekunden, wenn nicht besondere Vorsichtsmafsregeln getroffen werden, mitunter kleine Verschiedenheiten sich ergeben, liegt in der Natur der Sache.

$\sin(90^\circ - \varphi)$ erhellt, daß eine Morgenweite, also überhaupt der Aufgang eines Sternes nur möglich ist, so lange $\sin \delta < \sin(90^\circ - \varphi)$ bleibt. Jener Parallelkreis, für den $\delta = 90^\circ - \varphi$ ist, scheidet die Zone der Zirkumpolarsterne ab, deren obere und untere Kulmination sich über dem Horizonte vollzieht. Ganz das gleiche muß auch für die Südhalbkugel des Himmels gelten, oder allgemein:

Die nördlichen und südlichen Zirkumpolarsterne werden von den auf- und untergehenden Sternen durch jene beiden Parallelkreise abgeschieden, deren Abstand vom nächsten Pole dem absoluten Werte der Polhöhe gleich ist.

Wie groß muß also die Polhöhe eines Ortes sein, damit am längsten Tage die Sonne gerade zirkumpolar werde (gleich dem Komplement der Ekliptikschiefe)? Wie groß höchstens sind die Polhöhen von Orten, an welchen beide Kulminationen der Zirkumpolarsterne auf der Nordseite der Himmelskugel stattfinden? (45° .)

Dämmerung.

§ 18. Der Umstand, daß die Lichtstrahlen in der Atmosphäre von ihrem gradlinigen Wege abgelenkt, gebrochen werden, bewirkt es, daß der Tag früher beginnt und später endigt, als dies aus den in § 16 entwickelten Formeln folgen würde. Die Dämmerung verlängert also den Tag, und zwar entfällt ein völlig gleicher Teil der Verlängerung auf den Morgen und auf den Abend. Man unterscheidet zwischen bürgerlicher Dämmerung und astronomischer Dämmerung; erstere nimmt ihren Anfang und endet, wenn die Höhe des Sonnenmittelpunktes $h' = -6^\circ 23' 23''$ geworden ist, während im zweiten Falle diese Höhe den Wert $h'' = -18^\circ$ angenommen hat.

Versteht man unter s_1 , wie oben, den dem halben Tagbogen der Sonne entsprechenden Stundenwinkel, so ist die Länge der astronomischen Morgen- (oder Abend-) dämmerung gegeben durch den Ausdruck (in Stunden) $\frac{1}{15} \psi$, während für ψ die Relation

$$\operatorname{tang} \frac{\psi + s_1}{2} = \sqrt{\frac{\sin \frac{90^\circ - h'' - \varphi + \delta}{2} \sin \frac{90^\circ - h'' + \varphi - \delta}{2}}{\sin \frac{270^\circ - h'' - \varphi - \delta}{2} \sin \frac{90^\circ + h'' - \varphi - \delta}{2}}$$

leicht zu beweisen ist. Man braucht nur auf das sphärische Dreieck, welches von Zenit, Pol und Sonnenmittelpunkt gebildet wird, die bekannte Formel anzuwenden, welche die Tangente eines

halben Dreieckswinkels als Funktion der drei Seiten darstellt. Die Gröfse s kann sowohl positiv als auch negativ sein, während h'' , wie wir wissen, stets negativ ist; handelte es sich um die bürgerliche Dämmerung, so hätte h' an die Stelle von h'' zu treten.

Beispiele: Wie lange dauert in München ($\varphi = 48^\circ 9' 54''$) die astr. Dämmerung am 3. Januar ($\delta = -22^\circ 47'$)? ($1^h 45^m$). Welche Gröfse muß in Ansbach ($\varphi = 49^\circ 18'$) die Deklination der Sonne erreicht haben, damit die Dämmerung die ganze Nacht hindurch dauere, d. h. die Morgendämmerung sich unmittelbar an die Abenddämmerung (astronomisch) sich anschliesse? ($22^\circ 42'$, was kurz vor der Sommersonnenwende erreicht wird).

§ 19. Es mögen sich hier noch einige sphärische Aufgaben anreihen, welche Gelegenheit zur Einübung der bisher vorgetragenen Lehren bieten. Sphärische Aufgaben.

I. Unter welchem Winkel ψ gegen die Mittagslinie muß eine vom Standorte des Beobachters ausgehende Straße angelegt sein, damit p Stunden nach Aufgang der Sonne die Straße ihrer ganzen Länge nach beschienen werde?

Man denkt sich den Sonnenmittelpunkt wieder mit Zenit und Pol durch je einen Hauptkreisbogen verbunden. In dem so entstandenen Dreieck $ZP\Sigma$ ist $ZP = 90^\circ - \varphi$, $P\Sigma = 90^\circ - \delta$, $Z\Sigma = 90^\circ - h$, $\sphericalangle ZP\Sigma = s_1 - 15p$, wenn s_1 die gewohnte Bedeutung beibehält. Gesucht ist der Winkel $PZ\Sigma$, der den gesuchten Winkel ψ zu 180° ergänzt. Will man mithin in kürzester Weise ψ berechnen, so dienen dazu die nachstehenden beiden Gleichungen:

$$\cos Z\Sigma = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos (s_1 - 15p);$$

$$\sin \psi = \frac{\sin (s_1 - 15p) \cos \delta}{\sin Z\Sigma}.$$

Beispiel. Nürnberg hat eine Polhöhe von $49^\circ 27'$; am 5. Mai hat die Sonne eine Deklination $= 16^\circ 22'$. Wenn nun an diesem Tage 3 Stunden seit Sonnenaufgang verflossen sind, wie gross ist die Höhe der Sonne um diese Zeit ($90^\circ - Z\Sigma$) und wie gross der Winkel ψ ? ($28^\circ 29' 21''$; $81^\circ 53' 40''$.)

II. Wie lange dauert unter der Polhöhe φ der Auf- oder Untergang der Sonnenscheibe, deren sphärischer Radius ρ im Mittel auf 15 Bogensekunden angesetzt werden darf? Daß diese Zeitdauer unter dem Äquator 2 Minuten beträgt, leuchtet von selbst ein.

Im Momente des Aufgangsbeginnes berührt die Scheibe den Horizontalkreis von unten, im Momente, da der Aufgang voll-

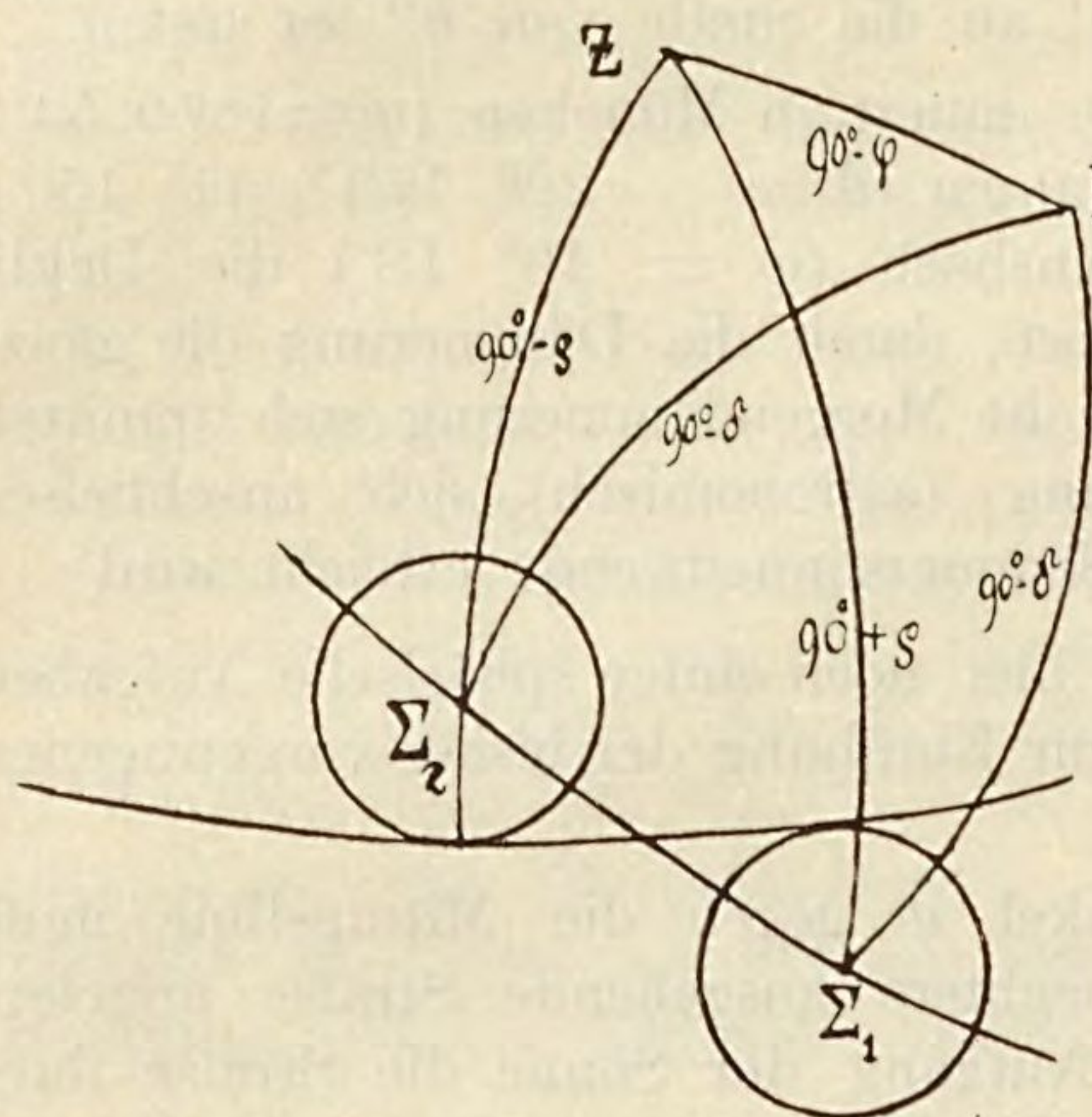


Fig. 10.

zogen ist, von oben. Σ_1 und Σ_2 (Fig. 10) seien in beiden Fällen die Örter des Sonnenmittelpunktes. Wir denken uns die beiden Kugeldreiecke $\Sigma_1 Z P$ und $\Sigma_2 Z P$ konstruiert, berechnen die beiden $\sphericalangle \Sigma_1 P Z$ und $\sphericalangle \Sigma_2 P Z$ und erkennen, daß die Zeit, welche die Sonnenscheibe braucht, um vollständig auf- oder unterzugehen, der Differenz ($\sphericalangle \Sigma_1 P Z - \sphericalangle \Sigma_2 P Z$) proportional ist.

Beispiel. Wie lange dauert es unter einer Polhöhe von 70° am Tage eines

Äquinoktiums, bis die Sonne vollständig aufgegangen ist? ($5^m 50^s$.)

III. Bei allen unseren Berechnungen haben wir bislang den Umstand unbeachtet gelassen, daß infolge der Refraktion, über welche wir allerdings erst später (in § 89) näheres mitteilen können, jeder Sternaufgang etwas vor dem oben bestimmten Termine stattfindet; das Auge wird von der gekrümmten Gesichtslinie erreicht, während des Sternes Höhe thatsächlich noch negativ ist. Der Betrag dieser Hebung ist vom Zustande der Luft abhängig, doch wird man in unseren Breiten keinen namhaften Fehler begehen, wenn man annimmt, daß dem Zeitpunkte, in welchem der Stern zuerst gesehen wird, eine Höhe $= -35'$ entspricht. Der Sichtbarkeitsbogen ist also in Wahrheit nicht durch unser obiges s_1 , sondern durch eine Gröfse σ ausgedrückt, welche vermittelt der Formeln

$$\sin \frac{1}{2} \sigma = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (90^\circ + 35' + \varphi - \delta) \sin \frac{1}{2} (90^\circ + 35' - \varphi + \delta)}{\cos \varphi \cos \delta}}$$

$$\cos \frac{1}{2} \sigma = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (270^\circ + 35' + \varphi + \delta) \sin \frac{1}{2} (-90^\circ - 35' + \varphi + \delta)}{\cos \varphi \cos \delta}}$$

ermittelt werden kann.

Leicht ist einzusehen, daß durch die Refraktion auch die Morgenweite vergrößert wird. Natürlich fällt der numerische Wert dieser Vergrößerung niemals beträchtlich aus.

§ 20. Mit den bisher behandelten Fragen steht im engsten Zusammenhang die Gnomonik, die Lehre von den Sonnenuhren. Die Kunst, solche anzufertigen, war den Griechen und Römern sehr geläufig und ward von den Arabern zu hoher wissenschaftlicher Vollendung erhoben. Durch die Erfindung der Räder- und Gewichtsuhren, welche seit dem XIV. Jahrhundert allgemeinere Aufnahme fanden, ward zwar die Bedeutung der Sonnenuhren für das Volksleben eine geringere, doch werden auch jetzt noch vielfach Zeitweiser dieser Art hergestellt. Ein solcher besteht aus zwei Hauptteilen: einer regelmäßigen geometrischen Fläche zur Aufnahme der sogenannten Stundenlinien und einem auf dieser Fläche errichteten Zeiger (Stylus). Soll die Uhr das ganze Jahr hindurch ohne Störung fungieren, so muß der Zeiger der Weltachse parallel sein. Wenn der Schatten dieses Zeigers auf die n te Stundenlinie links oder rechts von der 12 Uhr - Linie fällt, so wird dadurch die n te Stunde (n Uhr) des Abends oder Morgens angedeutet.

Wir betrachten hier ausschließlich ebene Sonnenuhren und zwar nehmen wir, um die Formeln zu vereinfachen, auch noch an, daß die Durchschnittslinie AD (Fig. 11) der Uhrebene $ABCD$ mit dem Horizonte auf der Mittagslinie SN in E senkrecht stehe.

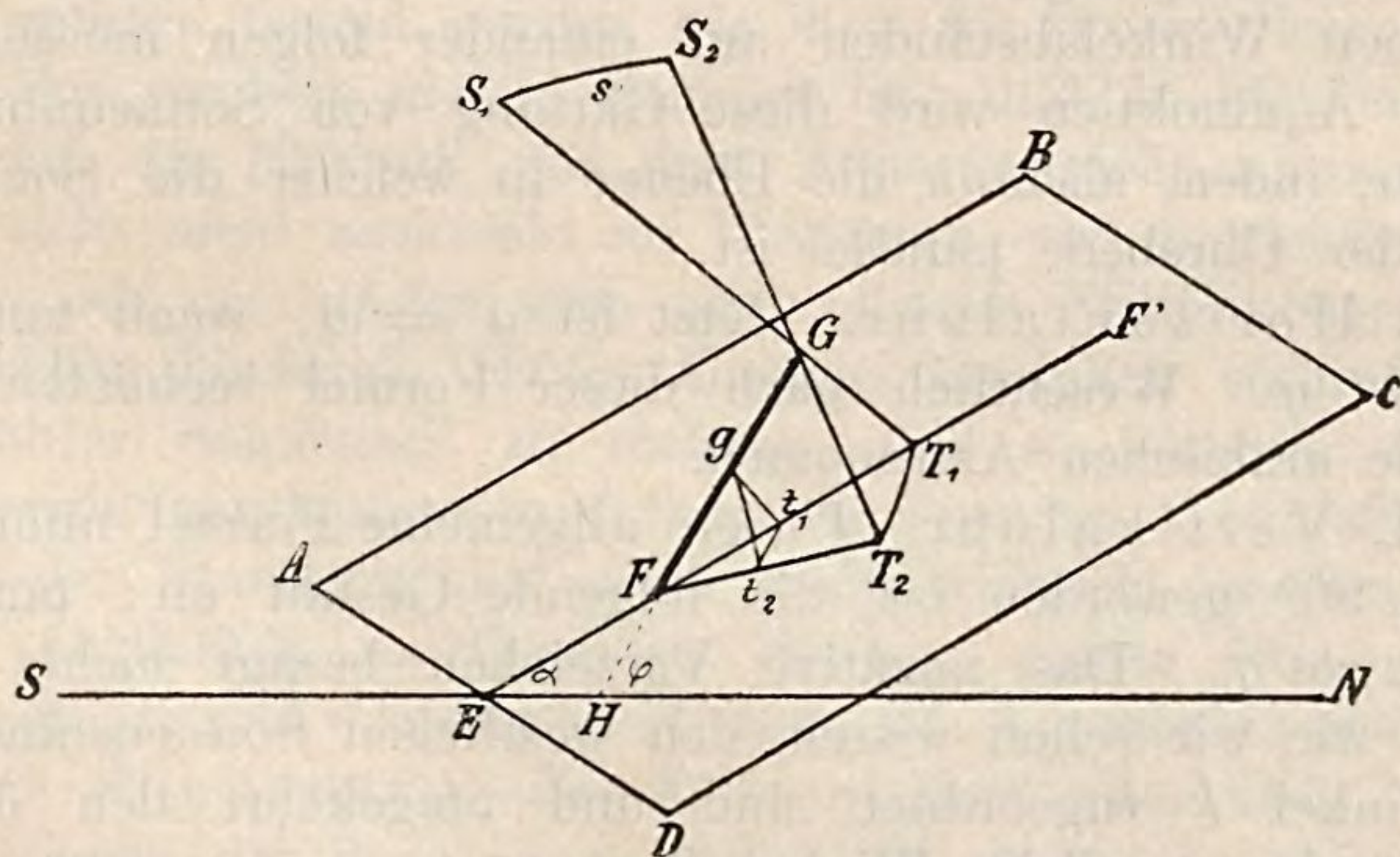


Fig. 11.

FG ist der Zeiger, der also mit der im Punkte E in der Uhrebene senkrecht zu AD gezogenen Graden EF in der nämlichen

Vertikalebene gelegen ist. Die verlängerte FG schneidet die SN in H so, daß $\sphericalangle FHN$ der Polhöhe φ wird; hat die Uhrebene den Neigungswinkel α , so ist $\sphericalangle EFH = \varphi - \alpha$. Zur Mittagszeit steht die Sonne in S_1 , der Endpunkt T_1 des Stabschattens fällt in die Linie EF . Wenn später die Sonne nach S_2 gekommen ist, so daß Bogen s dem jetzt erreichten Stundenwinkel entspricht, so ist FT_2 die neue Stundenlinie. Sie bildet in der Uhrebene mit FF' den $\sphericalangle F'FT_2 = k$, und die der Gnomonik zu stellende Aufgabe ist offenbar gelöst, sobald k durch die drei Größen α , φ und s ausgedrückt ist. Zu dem Ende denken wir uns um F als Mittelpunkt die Einheitskugel beschrieben, welche die Geraden FG , FT_1 , FT_2 resp. in g , t_1 , t_2 durchschneidet, und fassen das sphärische Dreieck gt_1t_2 ins Auge. In ihm ist Seite $gt_1 = \varphi - \alpha$, $\sphericalangle t_1gt_2 = s$, $\sphericalangle gt_1t_2 = 90^\circ$. Wird vorläufig Seite gt_2 mit y bezeichnet, so erhält man, nachdem man eben dieses y wieder eliminiert hat,

$$\cos y = \cos k \cos (\varphi - \alpha), \quad \sin y = \frac{\sin k}{\sin s}, \quad \operatorname{tang} k = \operatorname{tang} s \sin (\varphi - \alpha).$$

Hieraus entfließen sofort die Regeln für die Konstruktion der drei fast allein in der Praxis vorkommenden Arten der Sonnenuhren.

I. Äquatorialuhr. Fällt die Ebene der Stundenlinien mit dem Äquator zusammen, so ist $\alpha = \varphi - 90^\circ$, somit $\operatorname{tang} k = \operatorname{tang} s$, und in der That leuchtet auch durch eine einfache geometrische Überlegung ein, daß in diesem Falle die Stundenlinien in gleichen Winkelabständen auf einander folgen müssen. Zur Zeit der Äquinoktien wird diese Gattung von Sonnenuhren unbrauchbar, indem alsdann die Ebene, in welcher die Sonne sich bewegt, der Uhrebene parallel ist.

II. Horizontaluhr. Jetzt ist $\alpha = 0$, somit $\operatorname{tang} k = \operatorname{tang} s \sin \varphi$. Wesentlich nach dieser Formel rechneten bereits (s. o.) die arabischen Astronomen.

III. Vertikaluhr. Unsere allgemeine Formel nimmt hier, da $\alpha = 90^\circ$ geworden ist, die folgende Gestalt an: $\operatorname{tang} k = -\operatorname{tang} s \cos \varphi$. Das negative Vorzeichen besagt nichts weiter, als daß, wie wir schon wissen, den westlichen Sonnenständen östliche Winkel k zugeordnet sind und umgekehrt den östlichen Sonnenständen westliche Winkel k .

Sonnen- und
Sternzeit.

§ 21. Unsere bisherigen Untersuchungen haben uns zu der Überzeugung verholfen, daß zwischen dem, was wir Zeit nennen,

und gewissen Winkelgrößen der Astronomie ein sehr inniger Zusammenhang obwaltet. Wir gründeten ja auch bereits unsere Definition des Tages auf die Umdrehung der Himmelskugel, ließen aber dabei vorläufig außer acht, daß es keineswegs gleichgiltig ist, ob wir als das Gestirn, dessen Rückkehr zum nämlichen Punkte der Himmelskugel die Tageslänge bestimmt, die Sonne oder einen Fixstern wählten. In Wirklichkeit nun ist aber der hiedurch bedingte Unterschied ein sehr merklicher.

Wir verstehen unter Sternzeit den Stundenwinkel des Widderpunktes γ , selbstredend in Zeitmaß ausgedrückt, und unter Sterntag die zwischen zwei konsekutiven Kulminationen des Widderpunktes verfließende Zeit. Wenn also bezüglich zwei Punkte von der Rektaszension 90° und 270° den Meridian passieren, so zeigt eine nach Sternzeit gehende Uhr 6 Uhr und 18 Uhr. Da vom Frühlings- oder Widderpunkte auch, wie wir wissen, die graden Aufsteigungen gezählt werden, so ergibt sich von selbst der Satz:

$$\text{Rektaszension} + \text{Stundenwinkel} = \text{Sternzeit.}$$

Analog ist die wahre Sonnenzeit der Stundenwinkel des Sonnenmittelpunktes und wahrer Sonnentag die Zeit, welche zwischen zwei konsekutiven Meridiandurchgängen dieses Punktes verstreicht. Während nun aber sämtliche Sterntage unter sich genau gleich sind, trifft dies für die Sonnentage nicht zu. Dies rührt teilweise davon her, daß die scheinbare Bewegung der Sonne — den wahren Grund werden wir in § 67 kennen lernen — im Winter eine raschere als im Sommer ist, und in höherem Grade davon, daß die Ekliptik mit dem Äquator nicht zusammenfällt. Erstere steht nicht senkrecht zur Weltachse, und in gleichen Zeiten schieben sich demzufolge auch nicht gleiche Ekliptikbogen durch den Meridian hindurch. Diese Ungleichförmigkeit verhindert uns, nach wahrer Sonnenzeit zu rechnen, und so hat man denn die jetzt allseitig anerkannte mittlere Sonnenzeit eingeführt. Es ist dies der Stundenwinkel einer nicht wirklich, sondern nur in unseren Gedanken existierenden Sonne, welche mit gleichförmiger Geschwindigkeit stets im Äquator umläuft. Der mittlere Sonnentag, die Zeit zwischen zwei sich folgenden Kulminationen der imaginären Sonne, ist ebenso konstant, wie der Sterntag, doch sind, da ja der Sonne ihre eigene, der Tagesbewegung des Himmels entgegengesetzte Bewegung verbleibt, beide an Länge verschieden. Ein mittlerer Sonnentag hat, in Sternzeit

ausgedrückt, $24^h 3^m 56,5^s$; ein mittlerer Sterntag dagegen ergibt, nach mittlerer Sonnenzeit gemessen, nur $23^h 55^m 4,09^s$.

Denkt man sich im selben Momente für das wahre und das ideelle Sonnenzentrum den Deklinationskreis konstruiert, so werden die beiden so entstehenden Stundenwinkel nicht gleich groß sein, sondern, wenigstens im allgemeinen, eine gewisse Differenz aufweisen. Dieser Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Sonnenzeit wird die Zeitgleichung genannt. Ihr Wert kann bis auf ± 16 m ansteigen; sie muß berücksichtigt werden, wenn man die von einer Sonnenuhr gezeigte wahre Sonnenzeit mit der von unseren Kunstuhren (Taschen- und Turmuhren angegebenen mittleren Sonnenzeit vergleichen will;*) zu ersterer ist die einem Kalender zu entnehmende — positive oder negative — Korrektur der Zeitgleichung hinzuzufügen.

Die Römer und sämtliche Kulturvölker im Mittelalter bedienten sich einer Einteilung des wahren Sonnentages, d. h. der Zeit zwischen Auf- und Untergang der Sonne, in je zwölf Stunden. In den verschiedenen Jahreszeiten waren die Stunden also un-

*) Tabellarisch lassen sich die ausgezeichneten Werte der Zeitgleichung zusammenstellen, wie folgt:

12. Febr.	15. Apr.	14. Mai	14. Juni	26. Juli	31. Aug.	13. Nov.	24. Dez.
+ 14 ^m 31 ^s	0	— 3 ^m 53 ^s	0	+ 6 ^m 12 ^s	0	— 16 ^m 18 ^s	0

Auf das Bestehen dieser Differenz gründet sich die zu Ende Januar und Anfang Februar so häufig zu hörende Bemerkung, man spüre gegen Abend das Wachsen des Tages schon ganz deutlich, aber früh morgens sei davon noch nichts zu erkennen. Wie unser obiges Schema beweist, erreicht die Zeitgleichung in der ersten Hälfte des Februar einen Wert von rund einer Viertelstunde, und zwar gehen unsere Uhren gegen die wahre Sonnenzeit vor. Wenn nun die Sonne um $7^h 23^m$ sichtbar wird, steht die Zimmeruhr bereits auf $7^h 37^m$, und diese Viertelstunde wird als eine unerfreuliche Verlängerung der Nacht empfunden. Am Abend verhält es sich natürlich umgekehrt; die Sonne geht später unter, als wir, unsere Uhr befragend, eigentlich erwarten würden, und es ist also eine scheinbare Verlängerung der Tageshelle zu verzeichnen. Nachdem am 1. April 1892 für einen großen Teil Deutschlands die sogenannte mitteleuropäische Zeit eingeführt ist (s. u. in § 29), wird sich diese scheinbare Unregelmäßigkeit noch im erhöhten Maße geltend machen, da ja die auf dem Meridiane Münchens gelegenen Orte ohnehin schon eine Zeitdifferenz von 13^m — zwischen Orts- und Uhrzeit — zu berücksichtigen haben. Noch einschneidender tritt der Einfluß der Zeitgleichung hervor, wenn wir die Längen zweier Tage um die Mitte des Februar und um die Mitte des November vergleichen. Obwohl die Sonne ziemlich zu gleicher Zeit aufgeht, ist doch der Februartag (hoher positiver Wert der Zeitgleichung) um ein gutes Stück länger als der Novembertag (negatives Maximum jener Differenz).

gleich; für unsere Gegenden war eine Sommerstunde ungefähr noch einmal so lang, wie eine Winterstunde.

§ 22. Ehe wir dieses Kapitel schließen, müssen wir noch daran erinnern, daß die sphärische Koordinatenbestimmung auch die Mittel an die Hand gibt, um die Bogendistanz oder scheinbare Entfernung irgend zweier Punkte der Himmelskugel zu ermitteln. Es möge für den einen Ort resp.

$$\varphi_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{Azimut} \\ \text{Rektaszension} \\ \text{Astr. Länge} \end{array} \right. \quad \text{und} \quad \psi_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{Höhe} \\ \text{Deklination} \\ \text{Astr. Breite} \end{array} \right.$$

und für den zweiten φ_2 und ψ_2 ebendasselbe bedeuten; alsdann ist die Entfernung D durch die Gleichung

$$\cos D = \sin \psi_1 \sin \psi_2 + \cos \psi_1 \cos \psi_2 \cos (\varphi_1 - \varphi_2)$$

gegeben. Zur logarithmischen Adaptierung kann man setzen:

$$\cos D = \frac{\sin \psi_1 \sin (\psi_2 + k)}{\cos k}, \quad \text{tang } k = \cotang \psi_2 \cos (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Beispiel. Ein Meteor leuchtete auf bei 30° Höhe und 80° Azimut, um bei 20° Höhe und 104° Azimut zu verschwinden; wie groß war im Bogenmaß der von der Sternschnuppe zurückgelegte Weg? ($23^\circ 51'$).

Viertes Kapitel.

Thatsachen, welche sich bei Änderung des Beobachtungsstandpunktes ergeben; Gestalt der Erde.

§ 23. Wir haben unsere Aufgabe soweit gelöst, als sie bei Festhaltung der bisherigen Bedingung, der Beobachter habe unverrückt auf seinem Standorte zu verbleiben, überhaupt zu lösen war. Wollen wir neue Thatsachen gewinnen, so muß diese Voraussetzung aufgegeben werden.

Zunächst jedoch soll der Beobachter sich nicht aus der für seinen ersten Standort bestimmten Mittagslinie entfernen. Hat sich derselbe von jenem um eine auch nicht sehr beträchtliche Strecke nach Süden entfernt, so bemerkt er bei einiger Aufmerksamkeit, daß sein Horizont nicht mehr der gleiche wie vordem ist. Einzelne Zirkumpolarsterne sind dieser Eigenschaft verlustig gegangen, wogegen im Süden Sterne auftauchen und verschwinden, von denen

bis dahin überhaupt nichts zu sehen war. Die Äquatorhöhe ist gröfser, die Polhöhe geringer geworden*); auch die Winkel sind gewachsen, welche die Kreise der täglichen Bewegung mit dem Horizonte einschliessen. — Ändert man die Richtung der Fortbewegung und wandert von Süden nach Norden, so treten die Erscheinungen im umgekehrten Sinne auf; der Nordpol entfernt sich stets weiter vom Horizonte, und Sterne, die früher auf- und untergegangen waren, werden zirkumpolar.

Da, wie wir sahen, Äquator und Parallele mit dem Gesichtskreise im allgemeinen schiefe Winkel bilden, so kann die Himmelskugel mit allen ihren Kreisen für alle bisher betretenen Orte als *Sphaera obliqua* im Sinne der Alten gelten. Wenn jedoch bei südlichem Fortschreiten diese Neigungswinkel stetig gröfser werden, so mufs man schliesslich an einen Ort gelangen, von dem aus gesehen die Parallelkreise insgesamt normal zum Horizonte stehen. Man hat dann die *Sphaera recta*; beide Pole liegen gerade im Horizonte, in den Endpunkten der Mittagslinie. Die geringste Weiterbewegung nach Süden verwandelt die *Sphaera recta* wieder in eine *Sphaera obliqua*, nur wenden jetzt die spitzen Neigungswinkel der Tageskreise ihre Öffnung nach Norden. Der Nordpol des Himmels ist jetzt unsichtbar geworden, hingegen steigt der Südpol immer höher empor.

Wir müssen also schliessen, dafs man, wenn man vom Orte der *Sphaera recta* aus stetig gegen Norden und Süden fortschreitet, endlich an zwei Punkte gelangen mufs, deren Scheitelpunkte mit je einem der Himmelspole zusammenfallen. An den fraglichen Punkten wäre $\varphi = \pm 90^\circ$, der Himmelsäquator fiele in den Horizont, und sämtliche Gestirne müssen zirkumpolar geworden sein. Man wäre bei der *Sphaera parallela* angelangt.

Das Vorhandensein der *Sphaera recta* ist durch den Augenschein genugsam bestätigt. So hoch nach Norden oder Süden, um auch die Phänomene der *Sphaera parallela* in ihrer vollen Reinheit wahrgenommen zu haben, ist allerdings aus physischen Gründen noch kein Mensch vorgedrungen, allein schon im nörd-

*) Schon bei gröfseren, meridional ausgedehnten Städten ist es nicht gleichgiltig, für welchen ihrer Punkte man die Polhöhe angibt. Die Friedrichsstrafse in Berlin erstreckt sich ziemlich genau von Norden nach Süden in der Länge einer Stunde, und der Polhöhenunterschied ihrer beiden Endpunkte läfst sich schon deutlich konstatieren. Gleicherweise übertrifft, für München, die Polhöhe von Schwabing nicht unerheblich an Gröfse diejenige von Giesing.

lichen Schweden nähern sich die Erscheinungen sehr jenem extremen Falle, und die Aussagen der Polarforscher, welche noch viel weiter nördlich, nämlich bis zu einer Polhöhe von fast 84°, vorgedrungen sind, beseitigen, wenn dies erforderlich sein sollte, die letzten Zweifel. Daß in Thule (Fär Öer?) die Sonne zur Winterszeit nur ein klein wenig noch sich übers Meer erhebe, berichtete bereits Pytheas von Massilia in vorchristlicher Zeit.

Dieselben Wahrnehmungen, welche der von uns supponierte Beobachter beim Wandern auf seiner ursprünglichen Mittagslinie machte, macht er auch, wenn er sich von letzterer um eine beliebige Strecke nach Osten oder Westen entfernt, dort eine neue Mittagslinie zieht und sich längs dieser nördlich oder südlich bewegt. Läßt man endlich noch der bloßen Beobachtung die Messung nachfolgen, indem man einen bestimmten Punkt am Himmelsmeridian — am besten den Pol — ins Auge faßt und mit einem Winkelmessinstrumente an möglichst vielen *aequidistanten* Punkten dessen Erhebung über den Horizont mißt, so überzeugt man sich erfahrungsmäßig von der Wahrheit folgender Aussage:

Gleichen linearen Entfernungen in der Nord-südrichtung auf der Erde entsprechen gleiche Meridianbogen an der Himmelskugel.

Da nun, wie aus der Geometrie bekannt, ein solches Entsprechen einzig und allein bei konzentrischen Kreisen stattfinden kann, so folgt weiter:

Die Erde ist, wenigstens innerhalb des vom Beobachter betretenen Raumes, ein allseitig geschlossener Körper, dessen lückenlos zusammenhängende Oberfläche in der Nordsüdrichtung eine völlig gleichmäßige Krümmung besitzt.

§ 24. Nunmehr nehmen wir die auf der Mittagslinie senkrecht stehende Ostwestrichtung in Angriff. Je weiter auf dieser ein Beobachter nach Westen vorrückt, um so später scheint ihm ein bestimmtes Gestirn aufzugehen, während umgekehrt, bei einer Wanderung von West nach Ost, die Aufgänge — und ebenso natürlich die Untergänge — sich verfrühen. Sind die zur Beobachtung erwählten Orte *aequidistant*, so sind auch die erwähnten Zeitunterschiede einander gleich. Wir wissen aber, daß Zeit- und Bogenmaß einander proportional sind, und kommen zu dem Schlusse:

Dem Erdkörper kommt auch in ostwestlicher Rich-

Fortsetzung.

tung eine gleichmäfsig und stetig gekrümmte Oberfläche zu.

Die Stereometrie lehrt, dafs es nur einen einzigen Körper gibt, dessen Oberfläche eine nach zwei zu einander normalen Fortschreitungsrichtungen gleichförmige Krümmung besitzt, nämlich die Kugel. Wir können uns daher die Gesamtheit unserer Wahrnehmungen nur in dieser Weise zuordnen:

Die Erde ist eine der Himmelskugel konzentrische und in dem Hohlraume der letzteren freischwebende Kugel.

Ältere Vorstellungen
und Beweisgründe.

§ 25. Seit Pythagoras ist diese hochwichtige Wahrheit bekannt, seit Aristoteles war sie in allen wissenschaftlichen Kreisen anerkannt, und auch in den finstersten Zeiten des Mittelalters ging sie nicht gänzlich zu grunde. Freilich gab es immer noch Zweifler, welche erst durch die grossen Entdeckungsfahrten der Spanier und Portugiesen — von 1492 bis 1530 — völlig bekehrt wurden.

Die oben entwickelten Gründe, durch welche wir uns zu der Annahme der Kugelform geradezu genötigt sahen, sind auch die wissenschaftlich allein probehaltigen. Allerdings pflegt man deren auch noch andere anzuführen. Völlig wertlos ist der Hinweis auf die — erst durch das Fernrohr erkannte — Sphärizität der anderen Planeten; besser bestellt ist es mit dem von Aristoteles beigebrachten Argumente, dafs die Schattengrenze des teilweise verfinsterten Mondes kreisförmig sei, allein beweiskräftig ist dasselbe schon deswegen nicht, weil auch andere als sphärische Körper unter Umständen sich kreisförmig projizieren können. Auch auf die Erdumseglungen wird zu viel Gewicht gelegt, denn durch sie wird ersichtlich nichts weiter bewiesen, als dafs, längs der zurückgelegten Route, die Erdoberfläche lückenlos und von Ecken und Kanten frei ist. Andererseits ist es richtig, dafs die bekannte Beobachtung, nach welcher auf dem Meere und sogar auf ausgedehnten Binnengewässern von nahenden Gegenständen (Schiffen) zuerst die oberen und erst nach und nach auch die unteren Teile sichtbar werden, für die kontinuierliche Krümmung der Wasseroberfläche Zeugnis ablegt. Auch haben Forel und Dufour am Genfer-See durch Messung bewiesen, dafs die Sonnenscheibe vom Wasser in etwas elliptisch verzerrter Weise reflektiert wird, weil dessen Fläche eben nicht wie ein Planspiegel, sondern wie ein Konvexspiegel wirkt.

Die mathematische Kugelform gilt also eigentlich nur für die den Erdkörper selbst konzentrisch umschließende Hydrosphäre, während der Festlandfläche durch Berge und Thäler Eintrag an dieser Gestalt geschieht. Allein schon Theon der Alexandriner wies in seinen Erläuterungen zum Ptolemaeus rechnerisch nach, daß die Erhebung des höchsten Berges und die Senkung des tiefsten Thaies neben der Gröfse des Erdhalbmessers verschwindend kleine Werte haben.

Beispiel. Welche Höhe müfste auf einem Reliefglobus von 1 m Radius das Abbild des Berges Gaurisankar im Himálaya (8800 m) erhalten? (ein wenig mehr als 1 mm). Erdradius = 6366,7 km.

§ 26. Nachdem die Erde als Kugel erkannt ist, hält es nicht schwer, dieselbe mit einer derjenigen der Himmelskugel nachgebildeten und entsprechenden Einteilung zu versehen. Die Himmelsachse wird, soweit sie ins Innere der Erde fällt, zur Erdachse, und deren Endpunkte sind der Nord- und Südpol der Erde (s. o. bei der Sphaera parallela). Die Ebene des Himmelsäquators schneidet die Erdkugel längs eines Hauptkreises dieser letzteren, des Erdäquators (Sphaera recta). Ebenso schneidet jede Meridianebene aus der Erdkugel einen Erdmeridian aus; die Kegelfläche, welche den Erdmittelpunkt zur Spitze, irgend einen Himmelsparallel zur Basis hat, durchschneidet die Erdkugel in einem Parallelkreise der letzteren. Auch die zur Erde konzentrische Ekliptik kann man sich vom gemeinsamen Mittelpunkte aus auf die Erdoberfläche projiziert denken, und damit sind auch für diese die Wendekreise des Krebses und des Steinbockes gegeben, deren Bogenabstand vom Äquator ungefähr $23\frac{1}{2}^{\circ}$ beträgt. Legt man in ebendenselben Abständen von den beiden Polen Parallelkreise durch die Erde, so hat man den nördlichen und südlichen Polarkreis.

Merkwürdige
Kreise der
Erde; Zonen.

Durch die Wende- und Polarkreise zerfällt nach einer alten, wahrscheinlich von dem Eleaten Parmenides herrührenden Definition die Erdoberfläche in fünf Zonen oder Klimate ($\tau\acute{o} \kappa\lambda\acute{\iota}\mu\alpha$, die Neigung). Die heifse Zone liegt „zwischen den Tropen“ und wird vom Äquator symmetrisch halbiert; zu beiden Seiten schließt sich ihr je die nördliche und südliche gemäßigte Zone an; die beiden Kalotten um die Pole endlich sind die nördliche und südliche kalte (oder Polar-) Zone. Nur die gemäßigten Erdgürtel galten lange Zeit für bewohnbar (Zona

habitabilis — inhabitabilis). Man zeige, daß, unter Z_h , Z_g , Z_k resp. die Oberfläche der heißen, einer gemäßigten und einer kalten Zone verstanden, also unter der Voraussetzung der Relation $Z_h + 2Z_g + 2Z_k = r^2\pi$ (r Radius der Erdkugel), diese drei Größen sich folgendermaßen bestimmen lassen:

$$Z_h = 4r^2\pi \sin 23\frac{1}{2}^\circ, \quad Z_g = 4r^2\pi \cos 45^\circ \sin 21\frac{1}{2}^\circ, \\ Z_k = 4r^2\pi \sin^2 11\frac{3}{4}^\circ.$$

Scheinbarer
und wahrer
Horizont.

§ 27. Nachdem uns die Kugelgestalt der Erde durch die verschiedenartigsten Gründe zum vollen Bewußtsein gelangt ist, haben wir uns noch zu fragen, was der bisher als Horizont bezeichnete Kreis zu bedeuten hat. Wenn der Halbmesser einer Kugel sehr groß ist, so weichen bekanntlich kleine Teile der Kugelfläche von einer Ebene nur ganz unwesentlich ab, und die Berührungsebenen sind in der nächsten Umgebung des Berührungspunktes von der krummen Fläche nicht zu unterscheiden. Sonach kommen wir zu folgender Anschauung:

Der Horizont eines Punktes der Erdoberfläche ist die in diesem Punkte an die Erdkugel gelegte und von der scheinbaren Himmelskugel begrenzte Tangentialebene.

Freilich wäre dann der Horizont nicht, was er doch sein soll, nämlich ein größter Kreis der Himmelskugel. Wir müssen demnach den in B (Fig. 12) die Erdkugel berührenden Kreis AE als scheinbaren Horizont von dem parallel zu AE durch

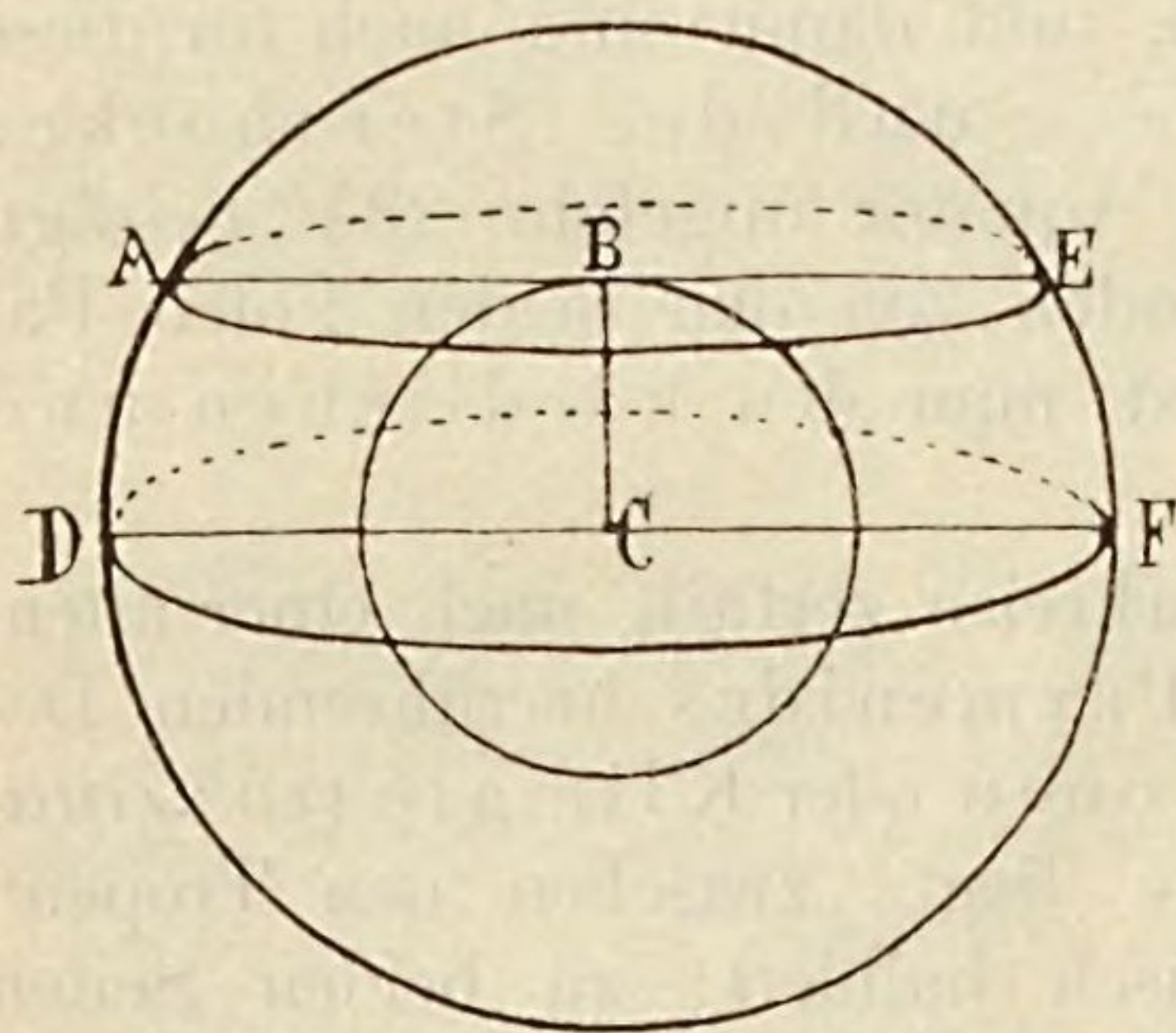


Fig. 12.

das Zentrum C gelegten Hauptkreise DF , dem wahren Horizont, unterscheiden. Dies haben wir bisher jedoch nicht gethan, und da offenbar Kalotte $ABE <$ Halbkugel DCF , so scheinen unsere bisherigen Betrachtungen der vollen Strenge zu entbehren. Da jedoch über den Radius der Himmelskugel gar keine numerische Annahme gemacht wurde, und da, wie sich bald zeigen wird, die Erddistanz auch der näheren Gestirne im

Vergleiche mit irdischen Entfernungen eine ungemein große ist, so erweist sich jene der Theorie nach allerdings vor-

handene Fehlerquelle als in der Praxis durchaus belanglos; nur bei Mondbeobachtungen ist auf den Unterschied zwischen wahrem und scheinbarem Horizont Rücksicht zu nehmen.

Insofern jeder Ort der Erde seinen eigenen Horizont hat, so können wir, da ja jede Fläche gleichmäÙig als Punkt- wie als Tangentengebilde aufgefaÙt werden kann, den Satz aussprechen:

Die Erdoberfläche wird durch die Gesamtheit ihrer scheinbaren Horizonte eingehüllt.

Wie aber heiÙt das System von Kreisen, welches durch die wahren Horizonte der verschiedenen Äquator-Orte gebildet wird?

§ 28. In der Geographie ist, seit Ptolemäus, eine zweifache Zuordnung resp. Klassifikation der Erdbewohner üblich, welche sich einerseits nach gewissen geometrischen, andererseits nach den Schatten-Verhältnissen richtet. Wir lassen beide hier folgen.

Klassifikation der Erdbewohner.

I. a) Nebenwohner (Periöken) bewohnen auf dem nämlichen Parallelkreise zwei um 180° von einander abstehende Orte; b) Gegenwohner (Antöken) wohnen im gleichen Meridiane, jedoch auf Parallelen, welche nördlich und südlich gleichweit vom Äquator abstehen; c) Gegenfüßler*) (Antipoden) bewohnen die Gegenden, in welchen resp. die Endpunkte eines und desselben Erddurchmessers sich befinden.

II. a) Die Bewohner der heißen Zone sind einmal (unter den Wendekreisen) oder zweimal (sonst überall) Unschattige oder Ascii, während der übrigen Zeit Zweischattige (Heteroscii), besser Verschiedenschattige. b) Die Bewohner der beiden gemäßigten Zonen sind Einschattige (Monoscii). c) Die Bewohner der kalten Zonen sind zur Winterszeit Ascii, aber aus einem anderen Grunde, wie die Tropenbewohner, im Frühjahr und Herbst Monoscii, im Hochsommer aber, wenn sie die Sonne tagelang über dem Horizonte haben, Ringsumschattige (Periscii). Wer am Pole selbst wohnt, kann nur Ascii oder Periscii sein.

Man erkläre die Bedeutung dieser Kunstausrücke nach den früher über den Sonnenlauf gegebenen Daten ($\sigma\upsilon\lambda\lambda\acute{\alpha}$, Schatten)! — Wie verhalten sich Nebenwohner, Gegenwohner und Gegenfüßler in bezug auf die Tages- und Jahreszeiten?

*) Im VIII. Jahrhundert unserer Zeitrechnung wurde Bischof Virgilius von Salzburg zur Verantwortung gezogen, weil er aus der Kugelgestalt der Erde das Vorhandensein von Antipoden folgerte.

Geographi-
sche Koordi-
naten.

§ 29. Eratosthenes von Alexandrien (276—195? v. Chr.) übertrug das an der Himmelskugel bereits erprobte Gradnetz auch auf die Erdkugel, und zwar bildete er dasselbe dem äquatorialen Systeme (S. 22) nach. Indem man sich durch jeden Punkt der Erdoberfläche einen Meridian und einen Parallelkreis hindurchgelegt denkt und einen beliebigen Meridian zum Anfangskreise der Zählung macht, kann man jenen Punkt durch seine geographischen Koordinaten, wie folgt, bestimmen:

Geographische Breite eines Ortes ist der zwischen ihm und dem Äquator enthaltene Meridianbogen. Geographische Länge eines Ortes ist der im Gradmaße ausgedrückte Parallelkreisbogen zwischen dem Orte und dem Anfangsmeridian.

Welches ist sonach der Gegensatz zwischen geographischer Länge und Breite einerseits, astronomischer Länge und Breite andererseits?

Die nördliche Breite wird als positiv, die südliche als negativ in Rechnung gebracht; die Breite liegt stets zwischen 0^0 und $\pm 90^0$. Die Zählung der Abszissen von 0^0 bis 360^0 ist leider in der mathematischen Erdkunde nicht üblich, vielmehr unterscheidet man zwischen östlicher und westlicher Länge, deren jede von 0^0 bis 180^0 reicht.

Welcher Meridian als Anfangs- oder Nullmeridian gewählt werden soll, ist, wie schon bemerkt, Sache der Übereinkunft, weil die Natur für diese Wahl gar keinen Fingerzeig bietet. Die Alten legten denselben durch die „Insulae fortunatae“ (Azoren oder — wahrscheinlicher — Kanarien?), während ein von dem Kardinal Richelieu eigens zu diesem Zwecke nach Paris berufener Kongreß von Fachmännern sich für die westlichste Kanarien-Insel Ferro entschied. Diese Wahl war für die Mehrzahl der Kartographen durch mehr denn zwei Jahrhunderte bestimmend; gegenwärtig aber sind, allein Frankreich ausgenommen, die Fachmänner aller Kulturvölker übereinstimmend auf den Meridian verfallen, unter welchem Greenwich, die berühmte englische Nationalsternwarte (nicht weit von London) liegt. Es gilt somit als Regel:

Alle Längenzählungen sollen von dem Greenwich-Meridian ihren Ausgang nehmen, so daß also Greenwich selbst die Länge 0^0 , sein Antipodenpunkt die Länge 180^0 erhält.

Unter welcher Breite muß ein Ort gelegen sein, damit er

mit den Orten der Nebenwohner, Gegenwohner und Gegenfüßler zusammen ein der Erdkugel einbeschriebenes Quadrat bestimme?

Die Länge kann natürlich auch in Zeit angegeben werden, denn 360° Längengrade sind äquivalent 24 Stunden. Demgemäfs haben nur alle solche Orte im strengen Sinne gleiche Zeit, welche dem nämlichen Meridian angehören. Wenn man demgemäfs für ein ganzes Land eine einheitliche Zeit festsetzt, so mufs, einen einzigen Meridian ausgenommen, diese Uhrzeit von der für den betreffenden Ort thatsächlich geltenden Zeit abweichen. Für Deutschland in seiner ganzen Ausdehnung und nicht minder für Österreich-Ungarn besteht vom 1. April 1893 an zu recht die sogenannte mitteleuropäische Zeit, für welche ein um 15° Längengrade von Greenwich nach Osten abstehender Mittagskreis den Normalmeridian darstellt. Längs dieses Meridianes, auf dem z. B. (fast genau) die Städte Stargard i. P., Görlitz, Reichenberg i. B., Zengg liegen, ist Uhrzeit und wirkliche Lokalzeit gleich; im Osten gehen die Uhren gegen die Ortszeit nach, im Westen gehen sie vor. In München macht dieses Vorgehen 13 Minuten, in den westlichsten Teilen der Rheinprovinz und Lothringens macht es sogar 36 Minuten aus. Ganz ohne Übelstände ist die Neuerung (s. S. 32) natürlich nicht, allein dieselben verschwinden gegen den ungeheuren Vorteil, dafs jetzt die Eisenbahnzeit für einen so bedeutenden Erdraum die gleiche geworden ist, und dafs man ganz Mitteleuropa nach allen Richtungen durchkreuzen kann, ohne irgendwelche Änderung an der einmal richtig gestellten Uhr vornehmen zu müssen.

Nehmen wir an, ein Reisender sei, ohne seine Richtung zu ändern, rund um die Erdkugel herumgekommen; wird dann bei der Heimkehr seine Zeitrechnung übereinstimmen mit derjenigen der Ortsbewohner? Welchen Unterschied wird es bedingen, ob er nach Westen oder Osten gereist ist? Was endlich wird sich ergeben, wenn zwei Reisende gleichzeitig von demselben Orte ausgehen und mit gleicher Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzten Richtungen, die Erde umwandern. Der Araber Abulfeda hat das naturgemäfsse Ergebnis zuerst vorausgesehen, die Mannschaft von Magellans Expedition (1522) es erstmalig, zu ihrem Staunen, praktisch erprobt. *)

*) Hinweis auf die Datumsgrenze. Ein westwärts Reisender mufs, wenn er 15° zurückgelegt hat und die Ortszeit erhalten will,

Der lineare Halbmesser eines zur Breite β gehörigen Parallelkreises der Erde (Radius r) ist gleich $r \cos \beta$. Konstruiert man zwischen zwei Orten von gleicher Breite β die Sehne s , den Parallelkreisbogen p und den Hauptkreisbogen D , so ist, wenn λ_1 und λ_2 die in Graden angegebenen Längen der Begrenzungspunkte sind ($\lambda_1 > \lambda_2$),

$$s = 2r \cos \beta \sin \frac{1}{2} (\lambda_1 - \lambda_2), \quad p = \frac{r\pi \cos \beta (\lambda_1 - \lambda_2)}{180},$$

$$D = \arccos (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta \cos (\lambda_1 - \lambda_2)).$$

Es ist $s < D < p$; die kürzeste Entfernung zweier Erdorte ist unter allen Umständen auf der Erdoberfläche der diese Orte verbindende Hauptkreisbogen. Für allgemeine Distanzberechnungen ist ohne weiters die Formel des § 22 brauchbar.*)

Beispiele. Wie weit ist St. Helena ($\beta_2 = -15^\circ 55' 25''$, $\lambda_2 = 11^\circ 57' 30''$) vom Kap der Guten Hoffnung ($\beta_1 = -31^\circ 22'$, $\lambda_1 = 36^\circ 9' 24''$) entfernt? ($28^\circ 30'$ resp. 427,5 geogr. Meilen = 3167 km). — Für zwei Erdorte B_1 und B_2 ist resp. $\beta_1 = 17^\circ$, $\lambda_1 = 120^\circ$ östl. und $\beta_2 = -40^\circ$, $\lambda_2 = 5^\circ$ westl. Wenn nun ein Schiff längs eines größten Kreises von B_1 nach B_2 fährt,

seine Uhr um n Stunden nachstellen; reist er ostwärts, so hat er im gleichen Falle die Uhr um ebensoviel vorzurichten. Bei $n = 12$ ist sohin ein halber Tag, bei $n = 24$ ein ganzer Tag verloren oder gewonnen. Die Datumsgrenze ist zunächst etwas historisch Gewordenes. Weil nämlich die spanischen Philippinen von Osten (Mexiko), die niederländischen Molukken aber von Westen aus besiedelt wurden, so kam es, daß die Zeitrechnung beider Inselgruppen lange um einen vollen Tag (gleich der Summe zweier halber Tage) differierte, und zwar ging auf den östlicher gelegenen Molukken die Uhr nach gegen die westlicher gelegenen Philippinen. Die faktische Datumsgrenze war bis zum Jahre 1844 eine unregelmäßig geschlängelte krumme Linie; dann aber entschlossen sich die Behörden von Manila, vom 30. Dezember 1844, mit Auslassung des Sylvestertages, sofort zum 1. Januar 1845 überzuspringen, und seitdem existiert nur noch die durch 180° Greenwicher Länge charakterisierte geographische Datumsgrenze. Die Seeleute tragen derselben stets Rechnung, wenn sie den Greenwich-Meridian in den östlichen Meeren passieren. Der Tag, an welchem dies geschieht, wird, wenn die Richtung der Fahrt die ostwestliche ist, ausgelassen, ganz wie dies seinerzeit die Bewohner der Philippinen einmal machten; war aber die Richtung die westöstliche, so wird der Tag der Grenzüberschreitung doppelt gezählt, auf den 5. Mai folgt noch einmal der 5. und dann erst der 6. Mai.

*) Soll für D , welche GröÙe ja zunächst immer im BogenmaÙ vorliegt, das entsprechende LinearmaÙ $\mathcal{L}$ angegeben werden, so hat man, wenn r den Erdradius bedeutet, die Proportion $\mathcal{L} : 2r\pi = D^\circ : 360^\circ$.

wie groß ist der anfängliche Kurswinkel, d. h. wenn P den Nordpol bezeichnet, $\sphericalangle B_2 B_1 P$? ($52^\circ 13' 36''$). —

Wenn ein Ort im Raume mathematisch genau bestimmt sein soll, so bedarf es hierzu stets dreier Bestimmungsstücke. Kennt man Breite und Länge eines Ortes, so ist dessen Lage zwar fixiert, wenn er in der Wasserfläche liegt, welche wir (s. S. 39) als den geometrischen Repräsentanten der Erdgestalt kennen lernten; liegt er dagegen dem Erdmittelpunkte näher oder ferner, als die Meeresfläche, so ist auch noch die lineare Koordinate anzugeben, die aus zwei Teilen besteht: dem Erdradius und der (positiven oder negativen) Entfernung des Punktes von der Kugelfläche, auf welche sich das Wort Erdradius bezieht. Die Ermittlung des letztgenannten Elementes, der sogenannten Seehöhe, sowie der beiden Winkelkoordinaten wird das nächste Kapitel im Zusammenhang lehren; vorläufig haben wir es, nachdem die Frage nach der Gestalt ihre einstweilige Erledigung gefunden, mit der Größe der Erde zu thun.

§ 30. In Fig. 13 ist das dem Prinzip nach vollkommen Erdmessung. richtige Erdmessungsverfahren des Alexandriners Eratosthenes gekennzeichnet. Von der durch S angedeuteten Stadt Syene (heute Assuan) in Oberägypten glaubte er (nicht ganz mit Recht) annehmen zu dürfen, daß sie gerade unter dem Wendekreise des Krebses gelegen sei und am 21. Juni die Sonne Σ genau im Zenit habe; die Linie ΣS ginge dann also verlängert durch den Erdmittelpunkt M hindurch. Am gleichen Tage stellte er in A , Alexandria, das er mit S als unter dem gleichen Meridian liegend voraussetzte, ein Skaphion, eine hohle Halbkugel, auf und maß an ihr den $\sphericalangle ACE = \gamma^0$, welchen zur Mittagszeit der — zu ΣS so gut wie parallele — Sonnenstrahl mit dem vertikalen Stylus AC bildete. Als Wechselwinkel ist $\sphericalangle ACE = \sphericalangle AMS = \gamma^0$, und es ist deshalb der Meridianbogen AS seiner angularen Größe nach be-

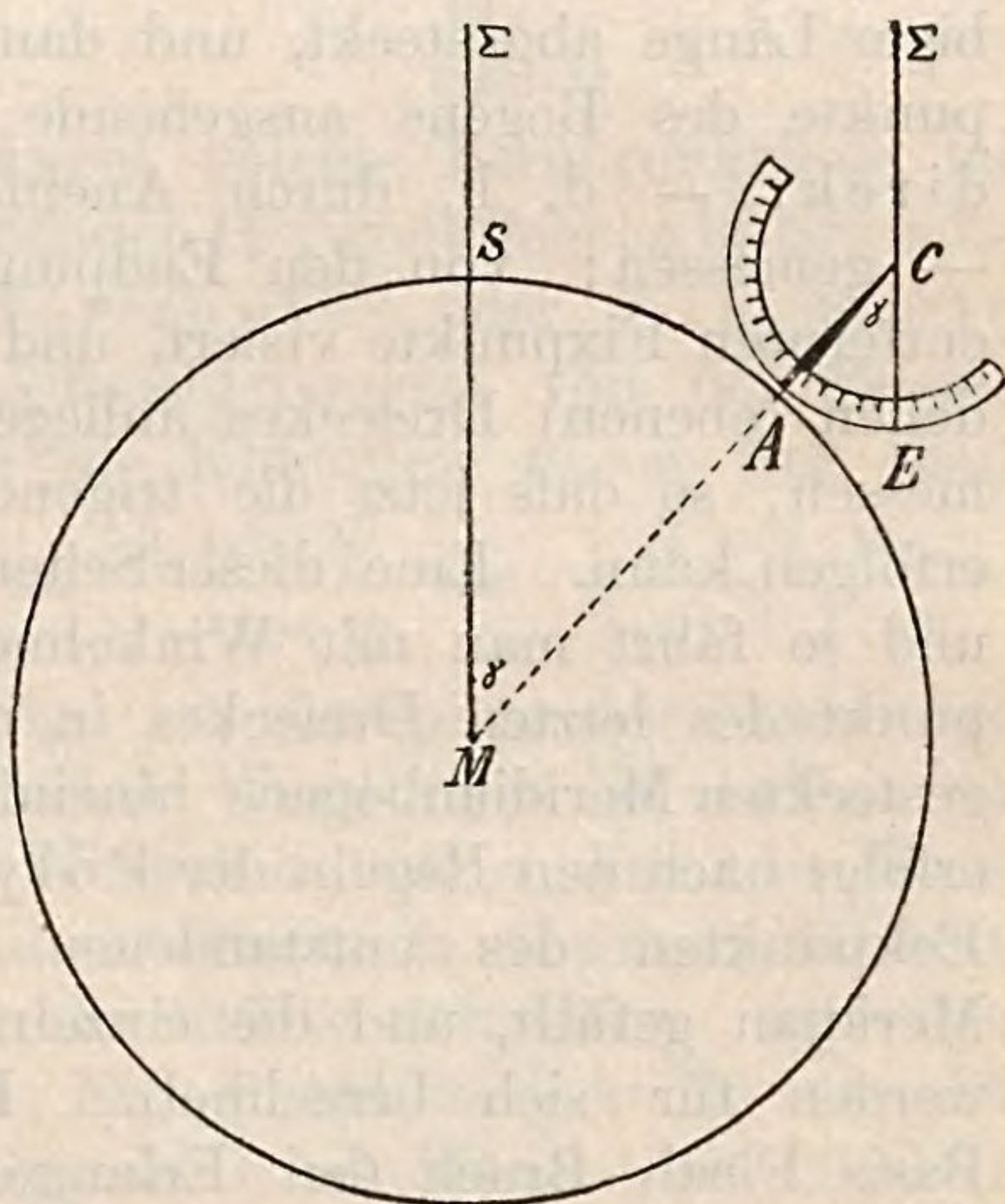


Fig. 13.

kannt. Die lineare Grösse von AS war Eratosthenes gleichfalls bekannt, gleich a , und so hatte er

$$2r\pi : a = 360 : \gamma, \quad r = \frac{180a}{\gamma\pi},$$

womit r durch lauter bekannte Grössen ausgedrückt war.

Dieses Verfahren, von dessen Grundgedanken auch die Araber unter dem Kalifen Al Mamun und im XVI. Jahrhundert auch der französische Arzt Fernel ausgingen, ist in der Hauptsache auch heute noch maßgebend:

Man mißt auf der Erdoberfläche ein bestimmtes Stück eines Meridianbogens, bestimmt die Differenz für den Anfangs- und Endpunkt dieses Bogens und setzt alsdann eine der obigen gleichlautende Proportion an.

Da diese Differenz ursprünglich meist $= 1^\circ$ gewählt wurde, so erhielt die bezügliche geodätische Operation den Namen Gradmessung. Während man anfänglich die Distanz a durch mühselige oder wenig genaue Methoden (direktes Anlegen der Meßkette oder Zählen von Radumläufen) ausmaß, schuf der Holländer Snellius (1591–1626) die ganz unvergleichlich zuverlässigere Triangulationsmethode. Der Meridianbogen wird in beliebiger Länge abgesteckt, und dann wird nur eine von einem Endpunkte des Bogens ausgehende kurze Strecke, Basis genannt, direkt — d. h. durch Aneinanderlegen von Metallmaßstäben — gemessen; von den Endpunkten der Basis wird nach einem entfernten Fixpunkte visiert, und die der Grundlinie des so entstandenen (ebenen) Dreieckes anliegenden beiden Winkel werden gemessen, so daß jetzt die trigonometrische Berechnung der Seiten erfolgen kann. Eine dieser Seiten wird zur neuen Basis genommen, und so fährt man mit Winkelmessungen fort, bis der dritte Endpunkt des letzten Dreieckes in den zweiten Schlufspunkt des abgesteckten Meridianbogens hineinfällt. Die Berechnung des letzteren erfolgt nach den Regeln der Polygonometrie (von den einzelnen Eckpunkten des entstandenen Vieleckes werden Lote auf den Meridian gefällt, und die einzelnen auf diesem entstandenen Teile werden für sich berechnet). Bayerische Triangulation mit der Basis Fürth-Bruck (bei Erlangen), ausgeführt zu Beginn dieses Jahrhunderts, zunächst zum Zwecke der Katasteraufnahme.

Fortsetzung.

§ 31. Drei andere zur Bestimmung der Grösse des Erdhalbmessers vorgeschlagene Verfahrensweisen werden hier noch aufgeführt, obwohl sie grösserer Genauigkeit nicht fähig sind.

I. Methode von Kepler (1571—1631). Man messe in zwei über der Erdoberfläche befindlichen Orten A und B (Fig. 14) die Winkel α und β , welche die Verbindungslinie mit den Zenitrichtungen beider Punkte einschließt, finde hieraus den Zentriwinkel $\gamma = 180^\circ - (180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta) = \alpha + \beta - 180^\circ$ und bediene sich, nachdem die Entfernung $DE = \Delta$ der Fußpunkte durch Triangulation ermittelt ist, der Proportion $r\pi : \Delta = 180^\circ : \gamma$.

II. Methode von Ghetaldi (1566—1627). Die Punkte A' und B' (Fig. 14) sollen, erhoben über der Erdoberfläche, so gewählt werden, daß $A'B'$ die Erdkugel in F tangiert. Wäre dann $A'D' = a$, $B'E' = b$, $A'F' = m$, $B'F' = n$ bekannt, so folgte, mit zweimaliger Anwendung des pythagoreischen Lehrsatzes,

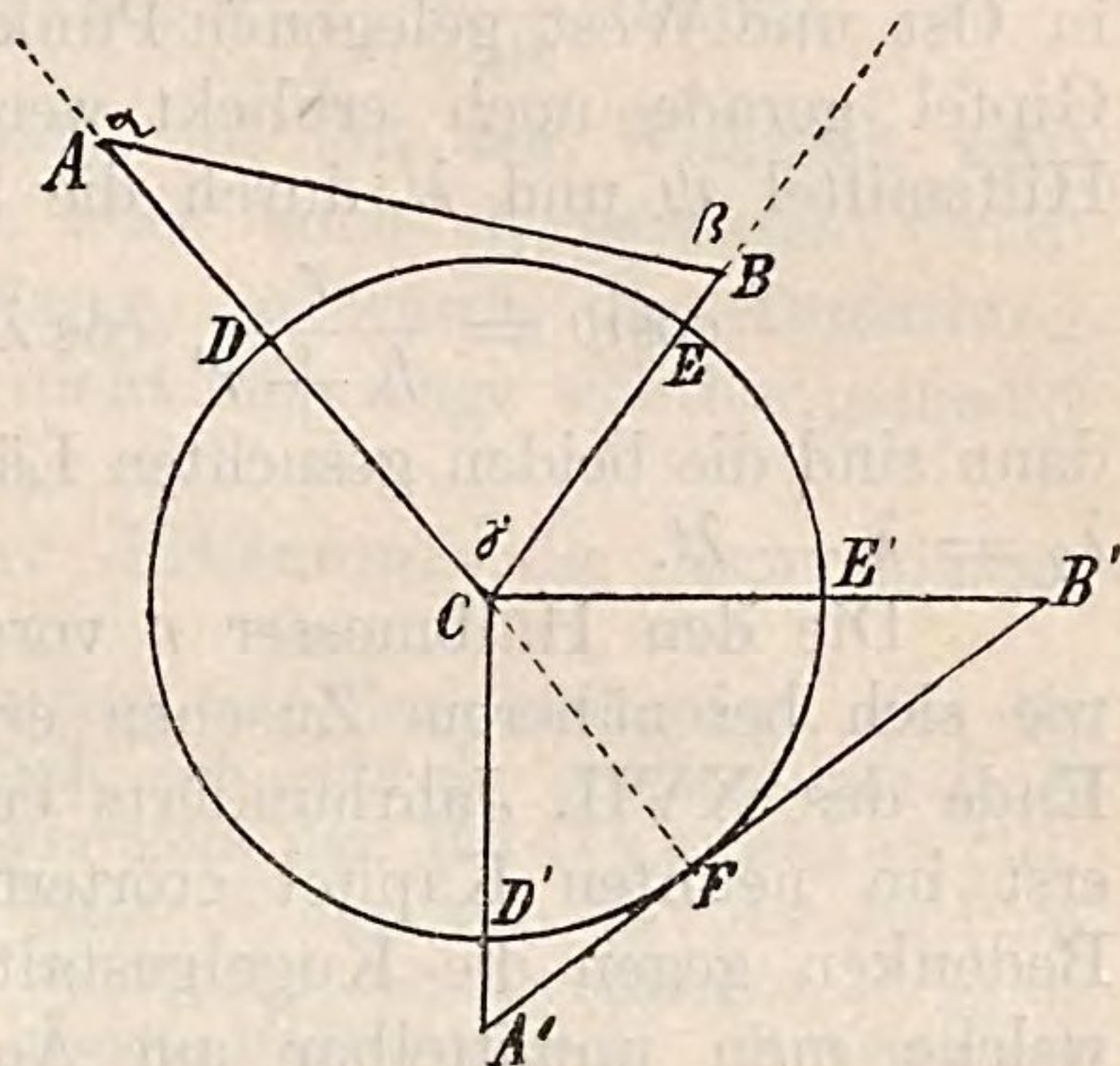
$$r^2 = (r + a)^2 - m^2 = (r + b)^2 - n^2, \quad r = \frac{m^2 - n^2 - a^2 + b^2}{2(a - b)}.$$

III. Methode von Maurolycus (1494—1575) und Clavius (1537—1612). Der Winkel, den eine von einem

erhabenen Punkte an die Erdkugel gelegte Berührungslinie mit der durch den fraglichen Punkt gehenden Horizontalebene bildet, heißt Depression des (Meer-) Horizontes oder Kimmtiefe. Ist nun h die Entfernung des Aussichtspunktes von der Meeresfläche, und misst man dortselbst die Kimmtiefe ψ , so hat man:

$$\frac{r}{r + h} = \sin(90^\circ - \psi), \quad r = \frac{h \cos \psi}{1 - \cos \psi} = \frac{h \cos \psi}{2 \sin^2 \frac{1}{2} \psi}.$$

Beispiele. Wenn A (Fig. 13) die Spitze des Straßburger Münsterturmes, B die des Durlacher Wartturmes ist, haben, wie Kloses Messung zeigte, die Winkel α und β resp. die Werte $90^\circ 12'$ und $90^\circ 25'$; wie groß ist demnach, da Δ sich $= 71058$ m ergibt, der Umfang des durch die Städte Straßburg und Durlach gelegten Hauptkreises der Erde? ($41482\frac{1}{2}$ km.) — Die Depression des Horizontes beträgt in einer Höhe von 8800 m (Gaurisankargipfel) 3° , wie groß berechnet sich demnach der Erdhalbmesser? (6412 km). Wie groß ist der sphärische Radius der Kugelhaube, welche, $r = 6366,7$ km gesetzt, ein in der Meereshöhe von 1000 m befindliches Auge überblickt? ($1^\circ 0' 50''$).



Figur 14.

Die Erde ein
Rotations-
sphäroid.

§ 32. Für gewöhnlich reicht es aus, den Umfang eines grössten Kreises der Erdkugel $= 5400$ geogr. Meilen oder $= 40000$ km zu setzen, so dass also auf den Aequator- oder Meridiangrad 15 Meilen oder 111,111 km entfallen. Die genaueren Zahlangaben folgen weiter unten. Wie gross ist demnach der Grad des Parallelkreises von der Breite β im Linearmass? (gleich $111,111 \cos \beta$ km).

In einem Orte von der Breite β und Länge λ befindet sich eine Erhebung von der Höhe h ; welches sind die geographischen Längen λ_1 und λ_2 der beiden auf dem nämlichen Parallelkreise in Ost und West gelegenen Punkte, von welchen aus der fragliche Gipfel gerade noch erblickt werden kann? Man bestimme die Hilfsmittel ψ und λ' durch die beiden Gleichungen

$$\cos \psi = \frac{r}{h + r}, \quad \cos \lambda' = \frac{\cos \psi - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta};$$

dann sind die beiden gesuchten Längen resp. gleich $\lambda_1 = \lambda + \lambda'$ und $\lambda_2 = \lambda - \lambda'$.

Die den Halbmesser r vorstellende Grösse ist nun freilich, wie sich bei näherem Zusehen ergibt, nicht k o n s t a n t. Gegen Ende des XVII. Jahrhunderts erhoben sich aus Gründen, welche erst im neunten Kapitel erörtert werden können, gerechtfertigte Bedenken gegen die Kugelgestalt der Erde, und Gradmessungen, welche man unmittelbar am Äquator, sowie unter sehr hoher Breite anstellte, bestätigten die Thatsache, dass die einzelnen Meridiangrade auf der Erde einander nicht gleich sind. Nahe den Polen ist der Meridiangrad grösser als in der Nähe des Äquators; die Krümmung der Meridiankurve nimmt also ab, in je höhere Breiten man gelangt. Nach längeren Streitigkeiten einigte man sich um die Mitte des vorigen Jahrhunderts in der Anerkennung der Erfahrungswahrheit:

Die Erde ist ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid oder Sphäroid, d. h. ein Körper, der durch die Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Achse entstanden gedacht werden kann.

Der Abstand der Pole ist hiernach mit der kleinen Achse ($2b$), jeder Äquatordurchmesser mit der grossen Achse ($2a$) der Meridianellipse identisch. Alle Parallelen bleiben nach wie vor Kreise; der Begriff der geographischen Länge bleibt mithin unverändert, während die Definition der Breite einer Änderung unterliegt.*) Der echte Bruch $\alpha = \frac{a-b}{a}$

*) In Fig. 15 stellt AB die grosse Achse, C den Mittelpunkt der

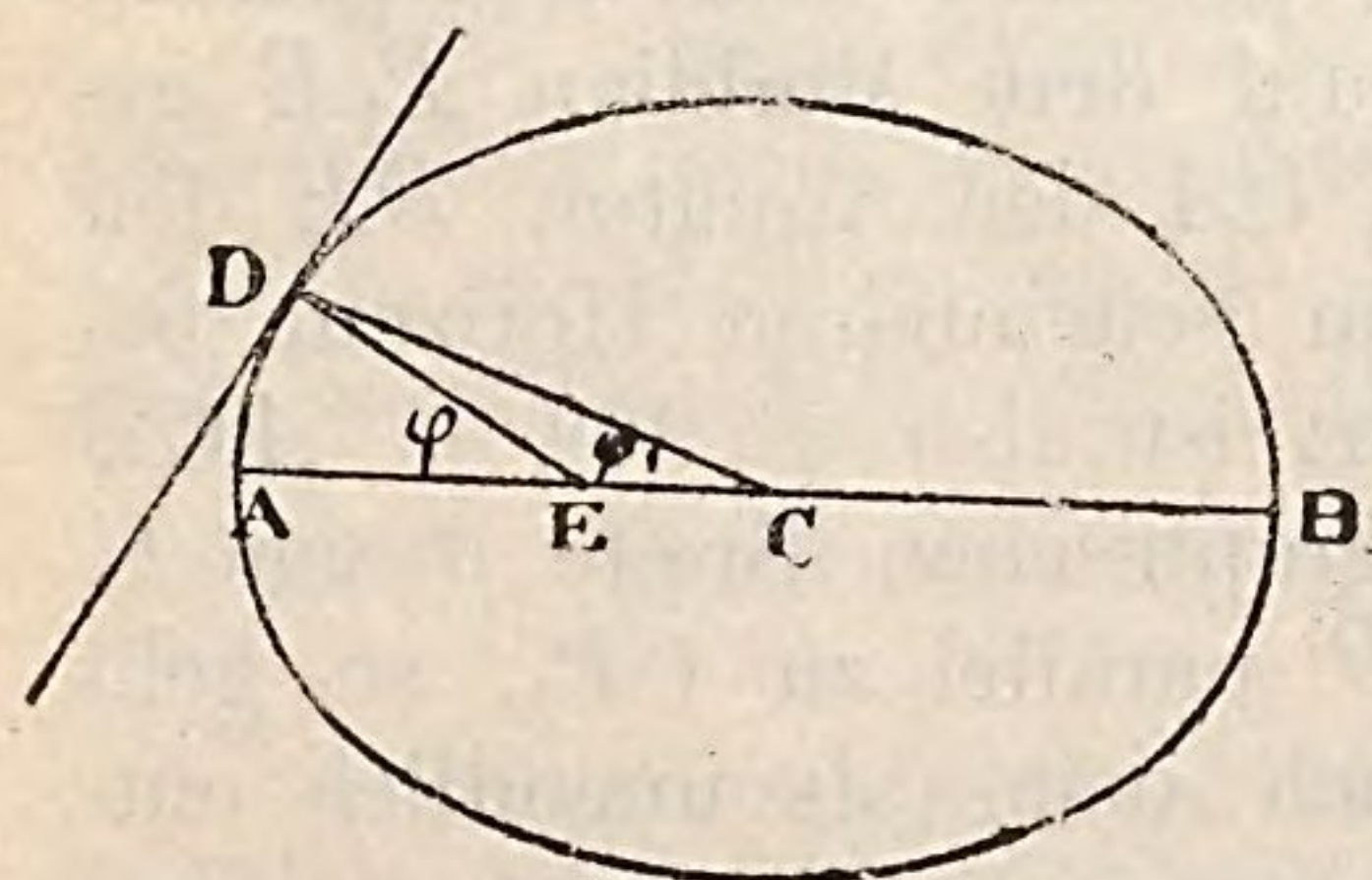
ist das Maß der sogenannten *Erdabplattung*. Durch die von seiten der Europäischen Gradmessungskommission über den weitaus grsten Teil unseres Erdteiles ausgehenden Breiten- und Längengradmessungen, denen ebensolche in Amerika, Ostindien, Australien und Südafrika zur Seite stehen, ist jenes Umdrehungsellipsoid ermittelt worden, welches sich der wahren Erdform nicht absolut, aber doch mit sehr großer Annäherung, anschmiegt. Wenn wir

$$a = 6377 \text{ km}, b = 6356 \text{ km.}, \alpha = \frac{1}{300} \text{ (appr.)}$$

setzen, dürfen wir mit diesen Zahlen, als mit der Wahrheit sehr nahe kommenden rechnen. Wäre aber auch α , gewissen Gradmessungen zufolge, ein wenig grer, so würde die Abplattung doch selbst auf groen Erdgloben nicht dem Auge sichtbar gemacht werden knnen**).

Wir dürfen angesichts dieser Erkenntnis die Erde hinfrt

Meridianellipse vor. In D sei an letztere eine Tangente gelegt, und die auf letzterer senkrecht stehende Normale schneide die große Achse in E unter dem Winkel φ . Zieht man andererseits den Radiusvektor CD , so bildet derselbe mit der Hauptachse einen Winkel φ_1 . Nur für die Pole



und sämtliche Äquatorpunkte ist $\varphi = \varphi_1$, sonst immer $\varphi > \varphi_1$. Während auf der kugelfrmigen Erde geographische und geozentrische Breite übereinstimmende Begriffe sind, ist auf der ellipsoidischen Erde die erstere stets grer als die letztere. Wenn x_1 und y_1 die rechtwinkligen Koordinaten des Punktes D sind, so ist

Figur 15.

$$\text{tang } \varphi = \frac{a^2 y_1}{b^2 x_1}, \quad \text{tang } \varphi_1 = \frac{y_1}{x_1}, \quad \text{tang } \varphi = \frac{a^2}{b^2} \text{ tang } \varphi_1.$$

Da a nur wenig grer als b ist, so ist die durch $\sphericalangle EDC$ dargestellte Differenz ($\varphi - \varphi_1$) niemals beträchtlich; ihren grten Wert von fast $12'$ erreicht sie für $\varphi = 45^\circ 6'$, $\varphi_1 = 44^\circ 54'$. Um diese Differenz dem Auge erkennbar zu machen, bedarf es einer überaus sorgfältig ausgeführten Zeichnung in greren Dimensionen, sowie sie das freffliche Lehrmittel Linggs darbietet, welches unter dem Namen „Das Erdprofil“ (München 1886) eine grosse Anzahl verwickelter Raumbeziehungen, wie sie in der mathematischen Geographie eine Rolle spielen, zu klarster Anschauung bringt.

**) Was auf diese Weise nicht erreicht werden kann, erzielt Lingg in dem erwähnten „Erdprofil“ dadurch, dass er regelmäſsig Abstände der Meridianellipse von der Peripherie des zu ihr konzentrischen, über der Hauptachse als Durchmesser beschriebenen Kreises verzeichnet. In hheren Breiten fallen diese Abstände gut ins Auge.

stets, allein Kap. IX ausgenommen, als eine mathematische Kugel gelten lassen. Deren Halbmesser r bestimmen wir am besten, indem wir die Kugel als dem Erdellipsoide von den Halbachsen a und b inhaltsgleich betrachten. Das Volumen desselben ist gleich $\frac{4}{3} a^2 b \pi$, und so erhält man

$$\frac{4}{3} r^3 \pi = \frac{4}{3} a^2 b \pi, \quad r = \sqrt[3]{a^2 b}.$$

Man findet durch Rechnung $r = 6370$ Kilometer.

Fünftes Kapitel.

Theorie der geographischen Ortsbestimmung.

Identität von
Breite und
Polhöhe.

§ 33. An die Spitze stellen wir den Lehrsatz: Die geographische Breite eines Erdortes ist seiner Polhöhe gleich.

Der Beweis folgt aus Fig. 16, worin C den Mittelpunkt, P_1 einen Pol der Erdkugel, B einen auf dem Meridian $P_1 B$ gelegenen Punkt, CA den Äquator, DE den zu B gehörigen scheinbaren Horizont bedeutet.

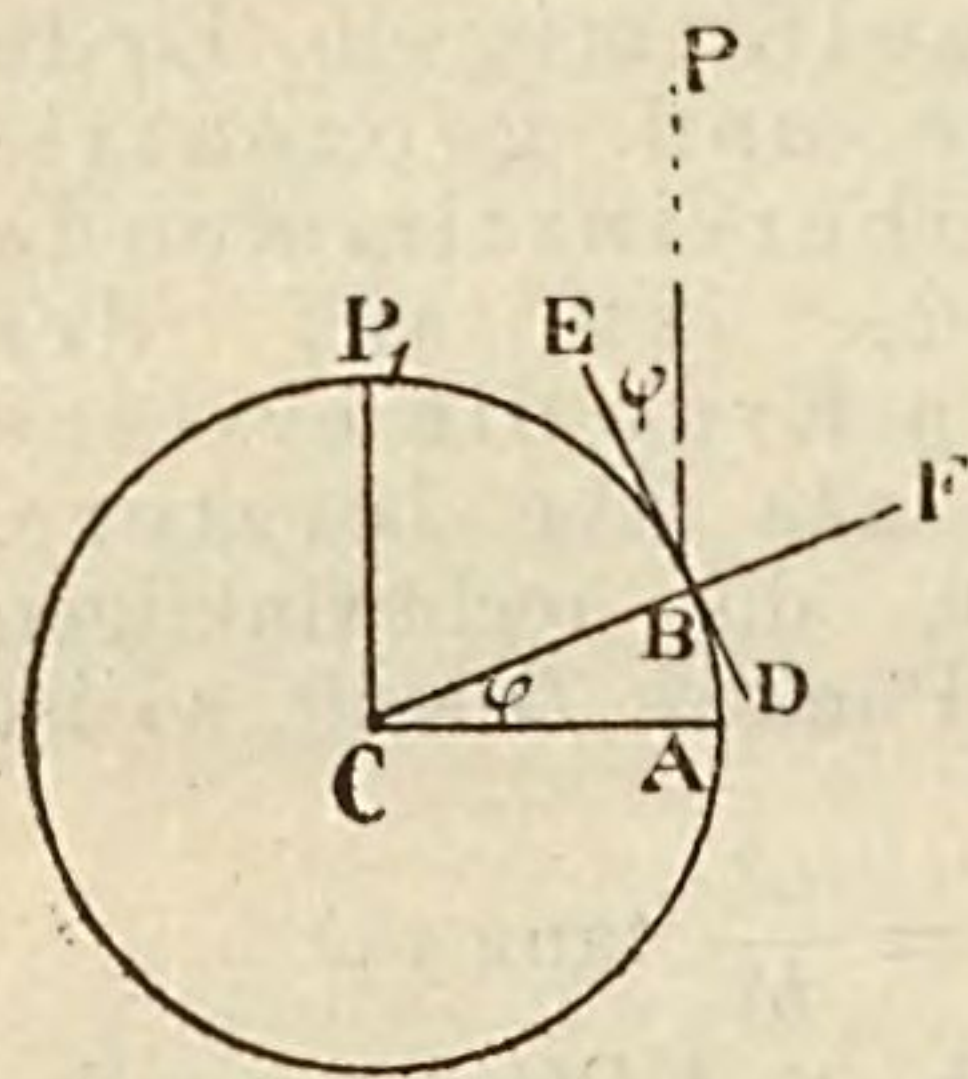


Fig. 16.

$\angle CBE$ ist also $= 90^\circ$, $\angle ACB$ gleich der geographischen Breite β von C . Zieht man BP parallel zu CP_1 , so geht diese Linie nach dem (als unendlich entfernt zu betrachtenden) Himmelspole, und es ist $\angle EBP$ gleich der Polhöhe φ . Da als Wechselwinkel $\angle PBF = \angle P_1CF$ ist, so hat man auch

$$\begin{aligned} \varphi &= 90^\circ - \angle PBF = 90^\circ - \angle P_1CF \\ &= \angle BCA = \beta, \end{aligned}$$

wie behauptet war.

Will man etwa bestimmen, wann für einen Ort in der Polarzone der ewige Tag beginnt (die Sonne zirkumpolar wird), so hat man nur in der uns aus § 16 bekannten Formel $\cos s_1 = -\tan \delta \tan \varphi$ den Stundenwinkel $s_1 = 180^\circ$ und für die Polhöhe die ihr gleiche Breite zu setzen; es ist $\tan \delta = \cot \varphi$, $\delta = 90^\circ - \varphi$, $\varphi = 90^\circ - \delta$. Aus der Breite ergibt sich die Deklination der

Sonne, und aus dieser wieder rasch der in Rede stehende Tag, sei es rechnerisch*), sei es mit Hilfe des Kalenders.

Beispiel. An welchem Tage tritt die Sonne in die Reihe der Zirkumpolarsterne ein für eine geographische Breite $= 70^\circ 48'$? (am 16. Mai).

§ 34. Von den überaus vielfältigen Methoden, welche der Scharfsinn des Astronomen für die Breitenbestimmung ersonnen hat, teilen wir nachstehend einige der einfacheren mit.

I. Bezeichnet man mit h_1 und h_2 die obere und untere Kulminationshöhe eines Zirkumpolarsternes ($h_2 < h_1$, $h_1 < 90^\circ$ **), so ist $\varphi = \frac{1}{2} (h_1 + h_2)$. Warum?

II. Kennt man von einem Nicht-Zirkumpolarsterne die Kulminationshöhe h und die Deklination δ , so ist allgemein (Fig. 17) $\varphi = 90^\circ - h + \delta$, welches auch das Vorzeichen von δ sein möge. In dieser Weise legen die Seeleute täglich, wenn die Sonne durch den Meridian geht, die Breite ihres augenblicklichen Schiffsortes fest.

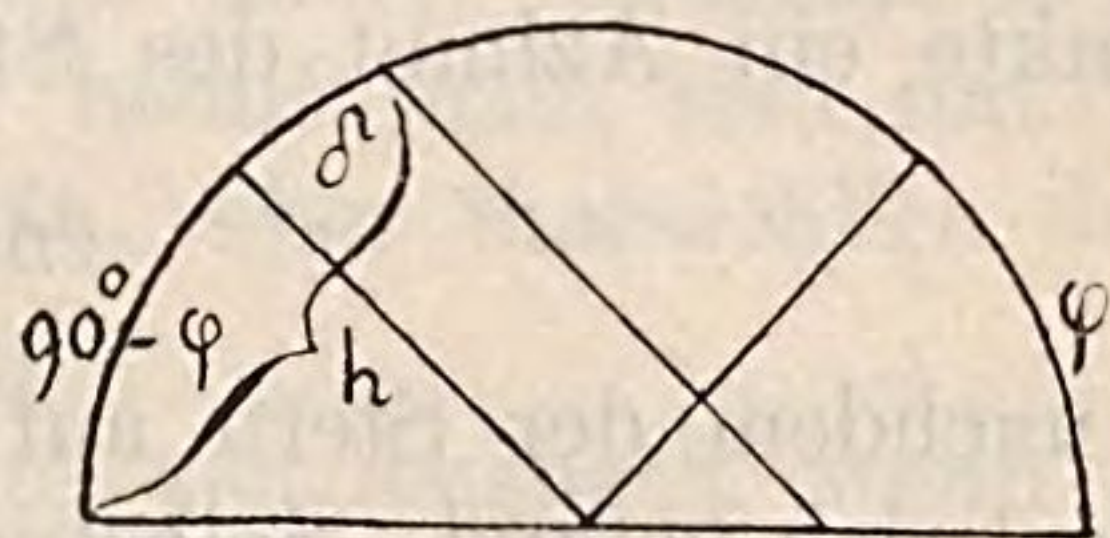


Fig. 17.

III. Mißt man die Höhe h_1 eines Sternes von bekannter Deklination in dem Augenblicke, in welchem er den ersten Vertikal (s. S. 22) passiert, so liefert das im Zenit rechtwinklige Dreieck Zenit-Pol-Stern sofort die Beziehungen

$$\cos (90^\circ - \delta) = \cos (90^\circ - \varphi) \cos (90^\circ - h_1), \quad \sin \varphi = \frac{\sin \delta}{\sin h_1}.$$

*) Hierzu verhilft die folgende Überlegung. Die Sonne durchläuft in $365\frac{1}{4}$ Tagen die 360 Grade der Ekliptik, rückt also an jedem Tage um $\left(\frac{360 \cdot 4}{1461} = 0,986\right)$ Grade in ihrer Bahn fort. Will man also die Deklination δ' der Sonne am n ten Tage nach dem Frühlingsäquinoktium finden, so kennt man in dem rechtwinkligen Dreiecke, dessen Ecke der Widderpunkt und die Schnittpunkte des Deklinationskreises mit Ekliptik und Aequator sind, die Hypotenuse $l = n \cdot 0,986^\circ$ und, als anliegenden Winkel, die Ekliptikschiefe ε , während die diesem Winkel gegenüberliegende Kathete δ' gesucht ist. Nach dem Sinussatze ist $\sin \delta' = \sin l \sin \varepsilon$. Ganz genau ist diese Berechnung deshalb nicht, weil die Bewegung der Sonne keine ganz gleichmäßige ist (s. S. 33).

**) Bestünde nämlich diese beschränkende Bedingung nicht, so könnte der Fall eintreten, daß die Kulmination einmal südlich, das anderemal aber nördlich vom Zenit erfolgte, und dann wäre die oben angegebene Formel unrichtig. Es ist anzugeben, welche andere Formel bei dieser Sachlage der obigen zu substituieren wäre.

IV. Das soeben benützte rechtwinklige Kugeldreieck kann auch noch in einem anderen Sinne zur Polhöhebestimmung herangezogen werden. Hat man nämlich das Zeitintervall zwischen dem ersten und zweiten Durchgange eines Sternes durch den ersten Vertikal gemessen und in Bogenmaß σ verwandelt, so ist im vorerwähnten Dreieck jetzt der Winkel am Pole $= \frac{1}{2} \sigma$ bekannt. Man findet

$$\cotang \varphi = \cos \frac{1}{2} \sigma \cotang \delta.$$

V. Auch bloß mittelst Ablesungen am Horizontkreise eines Theodoliten (s. S. 8) kann man, wie Böhm gezeigt hat, φ ermitteln. Wenn nämlich ein Zirkumpolarstern stationär wird, kurze Zeit an derselben Stelle zu verbleiben scheint, so ist dies ein Zeichen dafür, daß das Dreieck Zenit-Pol-Stern im letzteren Punkte einen rechten Winkel besitzt. Die Ablesung ergibt in diesem Zeitpunkt ein Azimut des Sternes $= W$, und es wird

$$\cos \varphi = \pm \frac{\cos \delta}{\sin W},$$

je nachdem der Stern auf der West- oder Ostseite der Himmelskugel sich befand. Selbstverständlich darf nicht $\sin W < \cos \delta$ sein.

VI. Eine in nautischen Kreisen zumal früher vielfach angewendete Methode ist endlich die des Niederländers Douwes. Sie setzt voraus, daß die Höhe eines gewissen Sternes zweimal gemessen ward; zuerst fand man sie $= h_1$ und später, nachdem inzwischen die Zeit t verflossen war, $= h_2$. Gehören zu den Höhen h_1 und h_2 resp. die Stundenwinkel s_1 und s_2 , so führt uns zweimalige Anwendung des Kosinussatzes zu den Gleichungen

$$\sin h_1 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s_1,$$

$$\sin h_2 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s_2.$$

Bekannt ist auch $s_1 - s_2 = s$ (proportional zu t), und wenn man also diese beiden Gleichungen addiert und subtrahiert, nachher aber die Summen und Differenzen zweier Sinus in Produkte verwandelt, so ergeben sich die nur noch zwei unbekannte Größen, nämlich φ und $\frac{s_2 + s_1}{2}$, enthaltenen beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \cos \frac{s_2 + s_1}{2} \cos \frac{s_2 - s_1}{2} \cos \delta \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi &= \sin \frac{h_2 + h_1}{2} \cos \frac{h_2 - h_1}{2}, \\ - \sin \frac{s_2 + s_1}{2} \sin \frac{s_2 - s_1}{2} \cos \delta \cos \varphi &= \cos \frac{h_2 + h_1}{2} \sin \frac{h_2 - h_1}{2}. \end{aligned}$$

Wir bringen dieselben auf nachstehende Form:

$$\begin{aligned} \cos \frac{s_2 + s_1}{2} &= \frac{\sin \frac{h_2 + h_1}{2} \cos \frac{h_2 - h_1}{2} - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \frac{s}{2} \cos \delta \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}, \\ - \sin \frac{s_2 + s_1}{2} &= \frac{\cos \frac{h_2 + h_1}{2} \sin \frac{h_2 - h_1}{2}}{\sin \frac{s}{2} \cos \delta \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}; \end{aligned}$$

diese werden quadriert und addiert, so daß eine zwar biquadratische, aber leicht auf den zweiten Grad zu reduzierende Gleichung für $\sin \varphi$ zurückbleibt.

In der Praxis schlägt man allerdings diesen immerhin etwas langwierigen Weg nicht ein. Vielmehr behilft man sich mit Tabellen, welche eine zwar nur angenäherte, aber thatsächlich doch völlig ausreichende Lösung ermöglichen.

Beispiele. Welches ist die Breite von Ansbach, wenn der Stern γ Andromedae daselbst bei seiner oberen und unteren Kulmination resp. Höhen $= 81^\circ 9'$ und $= 17^\circ 27'$ aufweist? ($49^\circ 18'$). — Wie groß ist die Deklination δ eines Sternes, der im Zenit von München ($\varphi = 48^\circ 9' 55''$) kulminiert, und welches ist die Höhe h_2 seines unteren Meridiandurchganges? ($\delta = 48^\circ 9' 55''$; $h_2 = 6^\circ 19' 50''$). — In welcher Höhe kulminiert die Sonne in Nürnberg am 17. Juni ($\delta = 23^\circ 25'$), wenn die Breite $49^\circ 27'$ ausmacht? ($63^\circ 58'$). — Die Höhe des den Meridian passierenden Sonnenmittelpunktes, dessen Deklination $18^\circ 4'$ betrug, fand sich gleich $64^\circ 1' 30''$; wie groß ist die Polhöhe des Beobachtungs-ortes? ($44^\circ 3' 30''$). — Unter welcher Breite liegt ein Ort, wenn ein Stern, dessen $\delta = 17^\circ$ ist, zur Zeit seiner unteren Kulmination im Nordpunkte des Horizontes steht? (73°). — Um 1100 v. Chr. soll Kaiser Tschukong zu Honanfu die Länge des mit-tägigen Schattens eines 8 Fuß hohen Gnomons gemessen haben, als die Sonne ihren höchsten und tiefsten Stand erreicht hatte, und es sollen diese Schattenlängen resp. gleich 1,54 und 13,12 Fuß gewesen sein. Wie groß wäre demnach die geographische Breite jener chinesischen Stadt, wie groß die Schiefe der Ekliptik? ($34^\circ 45' 41''$; $23^\circ 51' 55''$ *). — In Memmingen wurde die Höhe eines

*) Zwar war allerdings zur angegebenen Zeit die Schiefe der Ekliptik eine etwas andere, als sie gegenwärtig ist; der aus den Schatten-

Sternes von 10^0 Deklination in dem Augenblicke, als er durch den ersten Vertikal ging, $= 13^0 30' 48''$ gefunden; unter welcher Breite liegt die Stadt? (48^0). — In Alexander-Land (Südpolarzone) wurde eine Ortsbestimmung des Sternes Fomalhaut (Südlicher Fisch) vorgenommen; die Deklination ist $= -60^0$, die zwischen den beiden Durchgängen durch den ersten Vertikal verstrichene Zeit war $= 7^h 42^m 42^s$. Unter welcher s. Breite ist Alexander-Land zu suchen? (fast 73^0). — Böhm beobachtete am 20. Mai 1850 das Stationärwerden des Sternes α Ursae majoris ($\delta = 50^0 3' 56''$), als das Azimut gleich $71^0 5' 6''$ geworden war; wie groß ist demzufolge die Polhöhe seines Beobachtungsortes Innsbruck? ($47^0 16' 9''$).

Bestimmung
der Zeit.

§ 35. Ehe wir uns der Ermittlung der geographischen Länge zuwenden, haben wir erst die Zeitbestimmung zu erörtern, denn da eine Längendifferenz von λ^0 einem Zeitunterschiede von $\frac{1}{15} \lambda^h$ äquivalent ist, so kommt offenbar die Längenbestimmung hinaus auf eine Vergleichung der Ortszeiten. Welche Mittel stehen uns nun zu gebote, um letztere aufzufinden?

I. Haben im Dreieck Zenit-Pol-Stern s, h, δ, φ die uns geläufigen Bedeutungen, so kann offenbar

$$\cos s = \frac{\sin h - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \cos \varphi}.$$

$$\sin \frac{1}{2} s = \sqrt{\frac{\sin \frac{1}{2} (90^0 - \delta - h + \varphi) \sin \frac{1}{2} (90^0 + \delta - h - \varphi)}{\cos \delta \cos \varphi}}$$

gesetzt werden; bloße Winkelmessungen gewähren also eine Zeitbestimmung.

II. Einfacher ist die Methode der korrespondierenden Höhen. Man bemerkt genau die Zeiten t_1 und t_2 , da ein Stern*) vor und nach der Kulmination die gleiche Höhe über dem Horizonte erreicht. Es ist nämlich dann die Zeit des Meridiandurchganges dieses Sternes gleich $\frac{1}{2} (t_1 + t_2)$.

III. Ein sehr einfaches Mittel zur Bestimmung der wahren Sonnenzeit bieten die früher (s. S. 31) bereits genügend geschilderten Sonnenuhren.

messungen folgende Wert ist aber nicht viel zu groß und beweist, daß jene Messungen kaum fehlerhaft gewesen sein können.

*) Bei der Sonne ist, ihrer Eigenbewegung halber, dieses Verfahren nicht anwendbar.

§ 36. Rein geodätisch ergibt sich der Längenunterschied ^{Bestimmung der Länge.} $(\lambda_1 - \lambda_2)$ zweier Orte, wenn man deren Breiten φ_1 und φ_2 , sowie ihre kürzeste sphärische Entfernung D kennt; es ist nämlich

$$\cos (\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\cos D - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}.$$

Der in seemännischen Kreisen einst viel besprochene Gedanke, die Länge mittelst der magnetischen Deklination, d. h. mittelst des Winkels zu bestimmen, welchen die Achse einer in der Horizontalebene frei beweglichen Magnetnadel mit der astronomischen Nordsüdrichtung einschliesst, kann keine Verwirklichung finden, weil diese Deklination nicht nur als dem Orte, sondern auch der Zeit nach veränderlich erkannt wurde.

Es bleiben demgemäß als wirklich für den praktischen Gebrauch geeignet nur die Methoden der direkten Zeitübertragung übrig. Die wichtigeren darunter werden im folgenden erörtert.

I. Beliebt war, namentlich in früherer Zeit, die Abgabe eines Lichtsignales (Pulverexplosion, Zurückwerfung des Sonnenlichtes durch Spiegel im Gaußschen Heliotrop) an einem Orte C , welcher von den beiden Orten A und B , deren Längenunterschied zu finden war, gleichmäÙig gesehen werden konnte. Der östlicher gelegene Ort A notierte in dem Augenblicke des Aufblitzens in C die Zeit t_1 , der westlicher gelegene B die Zeit t_2 ; $(\lambda_1 - \lambda_2)$ war proportional $(t_1 - t_2)$.

II. Tritt der Mond beim Beginne einer Finsternis in den Schatten der Erde oder auch einer der vier Trabanten des Planeten Juppiter in dessen Schatten, so ist damit ein objektives Phänomen gegeben, welches von sämtlichen Erdbewohnern, die jenen Himmelskörper über ihrem Horizonte haben, gleichzeitig erblickt wird. Wenn trotzdem zwei nicht demselben Erdmeridian angehörige Beobachter für den Eintritt der Erscheinung verschiedene Zeiten aufgezeichnet haben, so ist eben diese Zeitdifferenz direkt proportional dem Unterschiede der Längen beider Beobachter.

III. Schon 1547 schlug der Niederländer Gemma Frisius vor, die „Meereslänge“ mit Hilfe tragbarer Uhren zu ermitteln, aber erst 1761 lieferte der englische Mechaniker Harrison Chronometer (oder, wie er sagte, „Time-keeper“) in der erforderlichen Vollkommenheit. Auf astronomischem Wege bestimmt z. B. der Seemann die Zeit t_2 für den Ort, an welchem

sein Schiff sich augenblicklich befindet, während zugleich sein vom Orte A aus mitgenommenes Chronometer ihn belehrt, daß dortselbst die Zeit t_1 gelte; dann ist wieder $\pm (t_2 - t_1)$ proportional dem Unterschiede in den Längen der Orte A und B .

IV. Da der elektrische Strom eine ungeheuere Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, so leistet uns natürlich der galvanische Telegraph für die Zeitübertragung die besten Dienste. Ort A übermittelt telegraphisch seine Zeit nach B , und wird im Augenblicke des Eintreffens dieser Botschaft auch in B die Uhr abgelesen, so ist wieder sofort die Zeitdifferenz zwischen A und B gegeben.

V. Die von wissenschaftlichen Reisenden vielfach gebrauchte Methode der Mondstrecken geht auf den Nürnberger Mathematiker Johann Werner (1470 — 1530) zurück. Dieselbe setzt voraus, daß man für einen bestimmten Meridian aus der astronomischen Tabelle (Schiffskalender, Almanach) die Entfernung D_1 des Mondmittelpunktes von einem gewissen Sterne für eine gegebene Zeit entnehmen könne. Misst man dann an einem anderen Orte ebendieselbe Bogendistanz D_2 , so ist $(D_1 - D_2)$ proportional dem Längenunterschiede des Beobachtungs- und jenes Normalortes, für welchen die Tabelle berechnet war. So klar und einfach diese Idee jedoch ist, so umständlich gestaltet sich deren rechnerische Durchführung wegen der mancherlei notwendig werdenden Reduktionen. Dies wird einleuchtend, wenn man sich, um mit John Herschel zu reden, vergegenwärtigt, daß das Firmament die Weltuhr mit den Sternen als Zifferblatt und dem Monde als Zeiger darstellt, daß aber thatsächlich der Zeiger uns sehr viel näher als das Zifferblatt sich befindet, und daß also nur ein im Mittelpunkte der Erde befindliches Auge ganz richtige Ablesungen vorzunehmen vermöchte.

Beispiele. Mittelst des unterseeischen Telegraphen stellte man fest, daß es in Philadelphia, als zu Paris die Uhr $2^h 30^m$ nachmittags ergab, $9^h 20^m$ vormittags war; was folgt hieraus? (Paris liegt $77^\circ 30'$ östlich von Philadelphia). — Nach Berliner und Wiener Beobachtungen fiel der Anfang der totalen Mondfinsternis vom 22. Juli 1870 auf $9^h 38^m$ mittl. Berl. Zeit und auf $9^h 50^m$ mittl. Wien. Zeit; um wie viel liegt Wien östlich von Berlin? (Um 3 Längengrade.)

Höhen-
messung.

§ 38. Für die Ermittlung der linearen Erhebung eines Punktes über dem Meeresniveau, resp. über einer Horizontal-

fläche von bereits bekannter Seehöhe sind verschiedene Methoden vorhanden. Natürlich können hier nur deren Grundzüge entwickelt werden.

I. Geometrische Höhenmessung (Nivellement). Indem man mit einem Fernrohre, das in unverändert horizontaler Einstellung vertikal verschoben werden kann, an einer senkrecht stehenden, geteilten Stange (Nivellierlatte) den Abstand beider Fernrohrstellungen abliest, kann man eine Erhöhung, deren Spitze von der Horizontalebene HH (Fig. 18) den Abstand CD hat, in verschiedener Weise auf die Terrassen $A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1 G_1 H_1 I_1 K_1 C$, $A_2 B_2 C_2 D_2 E_2 F_2 G_2 H_2 C$ u. s. w. beziehen. Man hat die Vertikaldistanz für jede Stufe in der angegebenen Weise gemessen

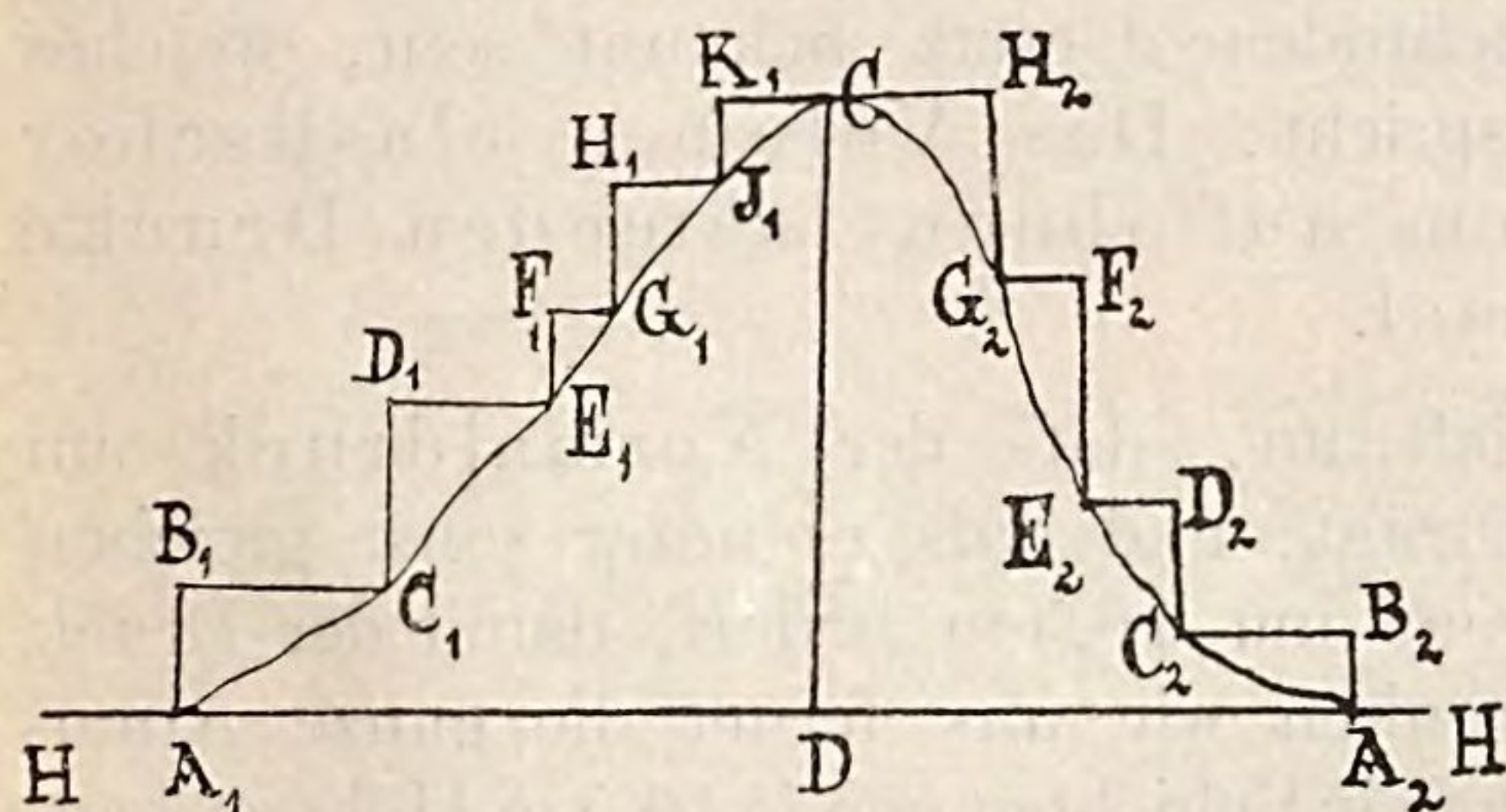


Fig. 18.

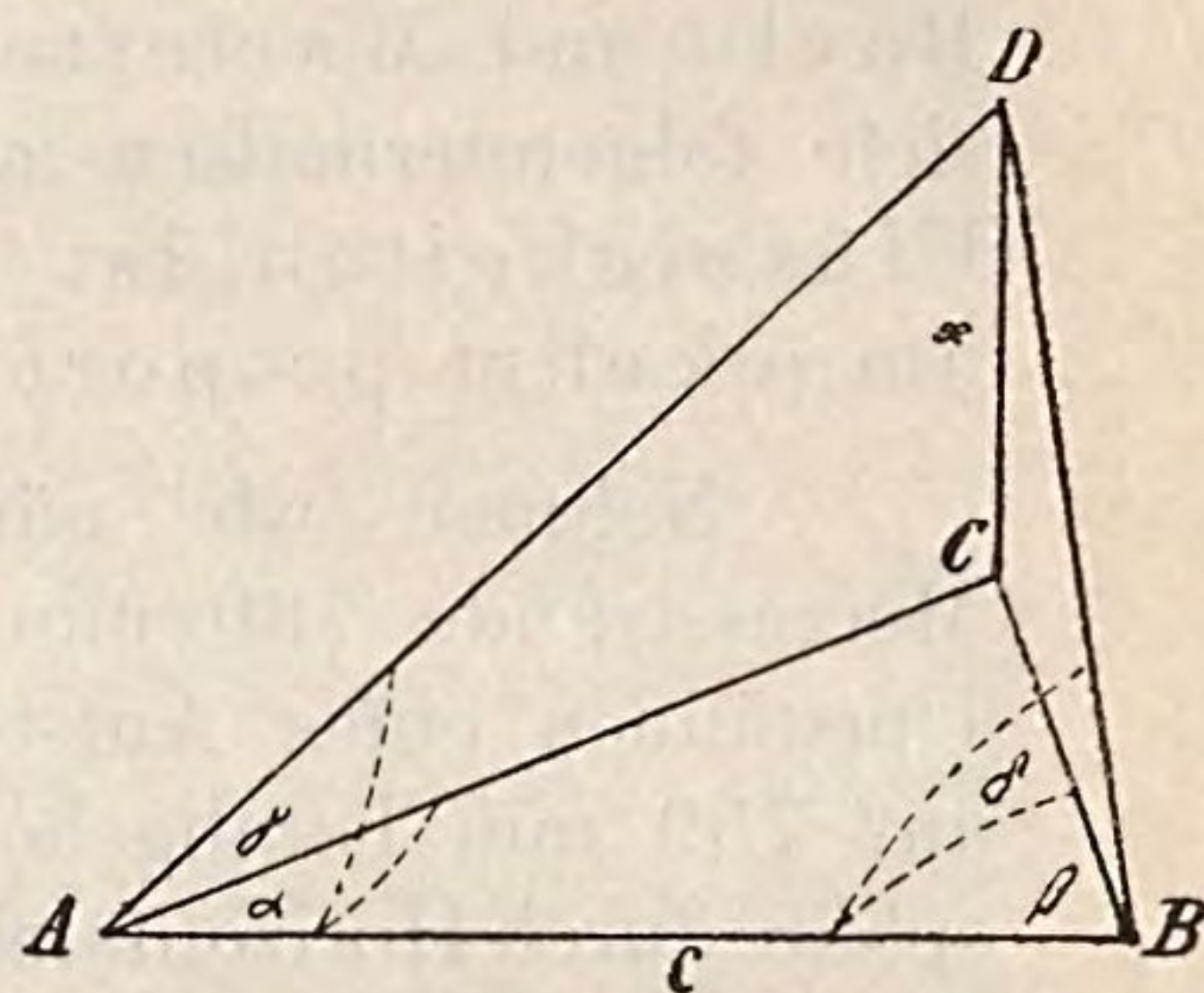


Fig. 19.

und überzeugt sich sofort von der Richtigkeit folgender Identitäten:

$$CD = A_1 B_1 + C_1 D_1 + E_1 F_1 + G_1 H_1 + I_1 K_1 = A_2 B_2 + C_2 D_2 + E_2 F_2 + G_2 H_2.$$

II. Trigonometrische Höhenmessung. Es sei wiederum CD (Fig. 19) die zu messende Höhe ($= x$). Man steckt in der durch den Fußpunkt gehenden Horizontalebene eine Grundlinie $AB = c$ ab, misst in deren Endpunkten die Horizontalwinkel $CAB = \alpha$ und $CBA = \beta$ und ebenso die beiden Elevationswinkel $DAC = \gamma$ und $DBC = \delta$ und erhält

$$x = \frac{c \sin \alpha \tan \delta}{\sin (\alpha + \beta)} = \frac{c \sin \beta \tan \gamma}{\sin (\alpha + \beta)}.$$

Lägen drei Punkte A, E, B in einer graden Linie so, daß $AE = a$, $EB = b$ wäre, und hätte man von diesen drei

Punkten aus die Elevationswinkel

$$C A D = \gamma, \quad C E D = \varepsilon, \quad C B D = \delta$$

gemessen, so fände man

$$x = \sqrt{\frac{a b (a + b)}{b \cotang^2 \gamma + a \cotang^2 \delta - (a + b) \cotang^2 \varepsilon}}.$$

III. Barometrische Höhenmessung. Schon 1640 bemerkte Pascal, daß das kurz vorher zum Messen des Luftdruckes erfundene Barometer auch ein Mittel zur Höhenbestimmung an die Hand gäbe, doch gab erst Halley den richtigen mathematischen Ausdruck für den Zusammenhang zwischen der wirklichen Meereshöhe und der Höhe der Quecksilbersäule in der Barometerröhre. Es mußte nämlich erst das von den Physikern Boyle und Mariotte gefundene Gesetz bekannt sein, welches sich folgendermaßen ausspricht: Das Volumen elastischer Flüssigkeiten ist dem auf ihnen lastenden Drucke umgekehrt proportional.

Nehmen wir nämlich an, daß der Normaldruck am Meeresstrande 760 mm beträgt, und daß es unter sonst gleichen Umständen eines Aufsteigens um 10,5 m bedarf, damit der Druck auf 759 mm herabgehe, denken wir uns ferner die ganze Atmosphäre durch Horizontalebene in Schichten von je 10,5 m Höhe zerlegt, für deren Innenraum der Luftdruck sich nicht, an deren Grenzflächen er sich dagegen sprungweise ändere, so können wir die Barometerstände an der 0ten, 1ten, 2ten, 3ten ..., n ten Grenzfläche, von unten an gerechnet, durch folgende Werte darstellen:

$$\begin{aligned} 760 &= 760 \cdot \left(\frac{759}{760}\right)^0, & 759 &= 760 \cdot \left(\frac{759}{760}\right)^1, & \frac{759^2}{760} &= 760 \cdot \left(\frac{759}{760}\right)^2, \\ \frac{759^3}{760^2} &= 760 \cdot \left(\frac{759}{760}\right)^3 \dots 760 \cdot \left(\frac{759}{760}\right)^n. \end{aligned}$$

In Worten heißt dies: Während die Höhen in arithmetischer Progression wachsen, nehmen die den Luftdruck anzeigenden Barometerstände in geometrischer Progression ab.

Nun liege der Punkt A um h Meter vertikal über B ; die in A und B beobachteten Barometerstände seien resp. a und b ($a < b$). Die absoluten Seehöhen beider Orte mögen resp. a_1 und b_1 ($a_1 > b_1$) sein; dann kann $a_1 = 10,5 n_1$ und $b_1 = 10,5 n_2$ ge-

setzt werden, so daß $h = a_1 - b_1 = 10,5 (n_1 - n_2)$ wird. Andererseits ist obigem zufolge

$$a = 760 \cdot \left(\frac{759}{760}\right)^{n_1}, \quad b = 760 \cdot \left(\frac{759}{760}\right)^{n_2};$$

logarithmiert man und berechnet n_1 und n_2 , jedes für sich, so ergibt sich schließlich

$$\begin{aligned} h &= 10,5 \left(\frac{\log a - \log 760}{\log 759 - \log 760} - \frac{\log b - \log 760}{\log 759 - \log 760} \right) \\ &= \frac{10,5}{\log 760 - \log 759} \log \left(\frac{b}{a} \right). \end{aligned}$$

Diese Halleysche Formel bedarf allerdings noch vieler Korrekturen, um wirklich genaue Höhenkoten zu liefern; man muß auf die Temperatur, den Dunstdruck und die wechselnde Anziehungskraft der Erde (s. u. § 73) Rücksicht nehmen. Vollkommene Formeln dieser Art haben v. Bauernfeind und Rühlmann aufgestellt.

Das für Gebirgsreisende unbequeme Quecksilberbarometer ist neuerdings vielfach durch das Metall- oder Federbarometer (Aneroid, Holosterik*) verdrängt worden. Eine federnde Platte oder auch eine nicht völlig geschlossene federnde Röhre von Kreisform bewegen sich unter der Einwirkung des wechselnden Luftdruckes in verschiedenen Richtungen, und diese Bewegungen werden durch ein Hebelwerk auf eine über einem Gradbogen spielende Zeigernadel übertragen; der Gradbogen wird durch Vergleichung mit dem an sich viel genaueren (Quecksilber)-Normalbarometer eingeteilt. Mit einem solchen Instrumente und mit Frischau's trefflichen Hilfstafeln (Wien 1876) ausgerüstet, kann jedermann eine von ihm erklimmene Höhe ziemlich genau bestimmen; freilich stellt der Reisende oft viel zu hohe Anforderungen an sein Aneroid.

IV. Thermometrische Höhenmessung, eigentlich nur ein Unterfall der barometrischen. Nachdem man experimentell ermittelt hatte, daß eine Flüssigkeit bei um so geringerer Wärmezufuhr ins Sieden gerät, je geringer der auf ihrer Oberfläche lastende Druck der Luft ist, gab Wollaston einen Kochapparat zum Höhenmessen an,

*) Der Sinn beider Beziehungen ist wesentlich der gleiche. Das erste Wort deutet an, daß das Instrument gar keine Flüssigkeit enthalte, das zweite besagt, daß bloß feste Körper (*στερεός*) verwendet seien.

und von Regnault und Gintl wurde das Verfahren noch weiter vervollkommen. Ein in das Kochgefäß eingesenktes Thermometer gibt an, bei welcher Temperatur der Siedepunkt erreicht worden ist; eine für diesen Zweck konstruierte Tabelle läßt erkennen, welcher Luftdruck eben diesem Siedepunkte entspricht, und nunmehr tritt wieder die barometrische Höhenmessungsformel in ihr Recht.

Refraktions-
erschein-
ungen.

§ 39. Schon oben (in § 19) wurde der Strahlenbrechung in der Atmosphäre gedacht. Um die Erdkugel legt sich eine Gas-
hülle herum, innerhalb deren die Dichteverhältnisse natürlich sehr verschieden sind, doch kommt man der Wahrheit ziemlich nahe, wenn man die Dichte für eine dünne, von zwei unter sich und zur Erde konzentrischen Kugelflächen begrenzte Schicht als konstant annimmt, während innerhalb jeder mehr nach außen ge-

legenen Schicht die Dichte sich verringert. Tritt nun ein Lichtstrahl aus einem weniger dichten in ein dichteres Medium über, so wird er auf das Einfallslot zu gebrochen*). Den Brechungsvorgang versinnlicht Fig. 20, in welcher die Erdkugel (Mittelpunkt M) konzentrisch umgebende Lufthülle aus vier Schichten besteht. Der in E befindliche Beobachter würde, wenn keine Atmosphäre vor-

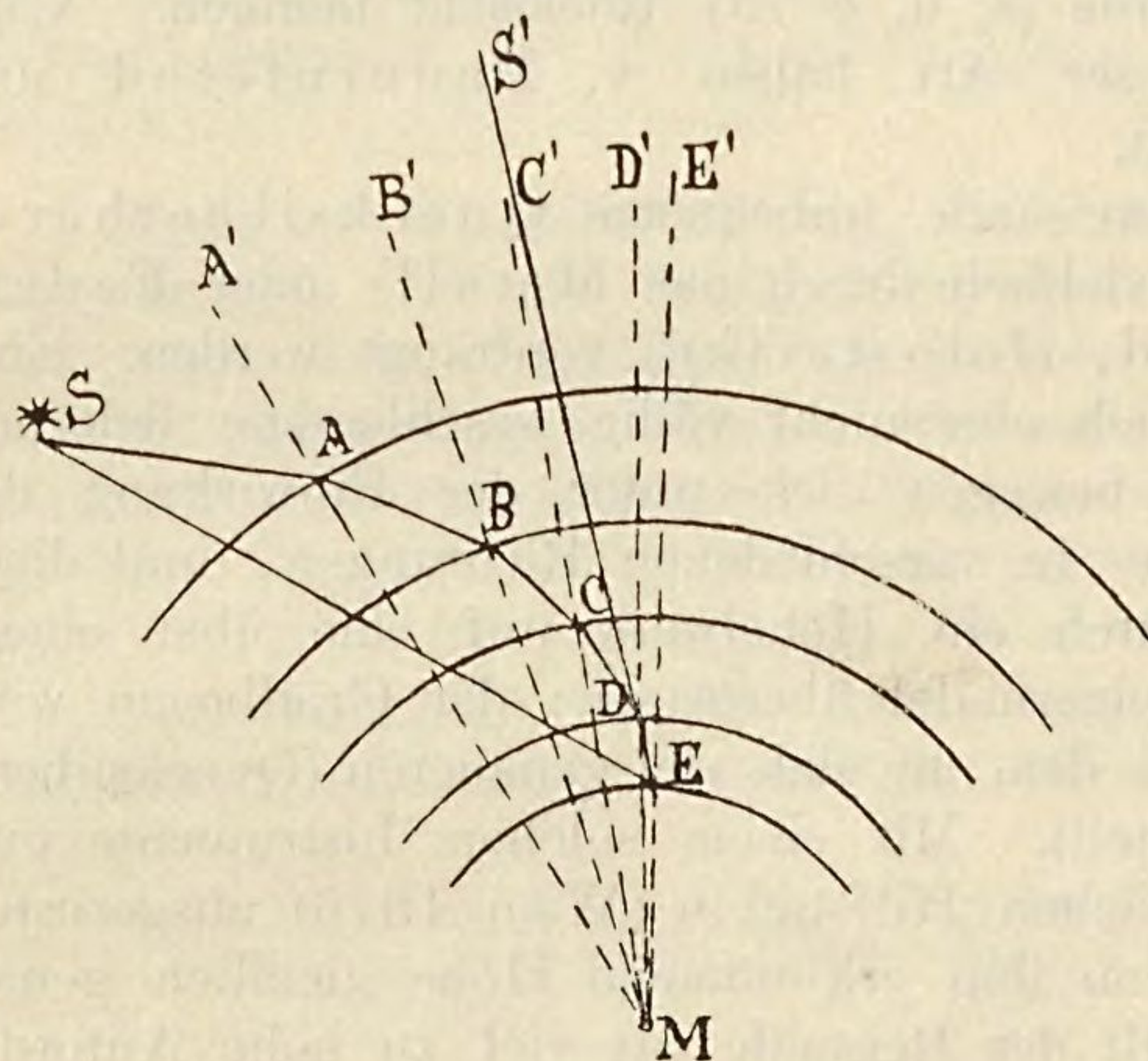


Fig. 20.

handen wäre, den Stern S in der Richtung ES erblicken; tatsächlich aber erreicht sein Auge derjenige der unendlich vielen von S ausgehenden Strahlen, welcher zuerst die Atmosphäre (außen) in A trifft und von hier an den einzelnen Grenzflächen folge-

*) Das Gesetz, nach welchem diese Brechung erfolgt, wurde zu Anfang des XVII. Jahrhunderts von Snellius und Descartes nahe gleichzeitig gefunden. Es lautet: Für dieselben Medien ist das Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels eine konstante Zahl.

weise nach B, C, D und E gebrochen wird. Die Radien MA', MB', MC', MD', ME' sind die Einfallslote, der Refraktionswinkel DES gibt den Betrag an, um welchen durch die Refraktion die Höhe vergrößert, die Zenitdistanz verringert wird. In Wirklichkeit tritt an die Stelle der gebrochenen Linie $SABCDE$ eine stetig gekrümmte, die Refraktionskurve. Nur ausnahmsweise verbleibt der Lichtstrahl nicht in derselben durch den Licht aussendenden Punkt gelegten Vertikalebene (Lateralrefraktion).

Was die Höhe oder Dicke der Atmosphäre anlangt, so ist darüber bis jetzt noch nichts sicheres ermittelt worden. Erwähnung mögen zwei einfache Methoden finden, deren erste die obere, deren zweite die untere Grenze der irdischen Lufthülle festzulegen gestattet.

I. Es gibt eine neutrale Fläche, für deren sämtliche Punkte sich die Anziehungskraft der Erde und die auf jeden mit letzterer verbundenen Punkt wirkende Fliehkraft (s. u. in § 73) gerade die Wage halten. Jenseits dieser Fläche würde es nur dann noch atmosphärische Luft geben können, wenn der ganze Weltraum mit solcher erfüllt wäre.

II. Nach dem Rate des Arabers Alhazen (XI. Jahrhundert) stellt man den Zeitpunkt fest, in welchem eine gerade am Westhorizont befindliche Wolke noch schwach von den Strahlen der längst untergegangenen Sonne erleuchtet wird. C (Fig. 21) ist der gemeinsame Mittelpunkt von Erdkugel (Radius r) und Atmosphäre, BD der scheinbare Horizont des Oberflächenpunktes A . Die Sonne befindet sich in E und sendet ihre Strahlen nach D ; wenig später werden diese Strahlen nicht mehr über den Horizont von A herauf gelangen können. Dann berührt also DE die Erdkugel in F . Aus der seit Sonnenuntergang verflossenen Zeit läßt sich $\sphericalangle DCE = 2 \cdot \sphericalangle DCF = 2 \cdot \sphericalangle FCE = 2 \cdot \sphericalangle ACD = 2\psi$ berechnen, und wenn noch die Linie CD die Erdkugel in G scheidet, so ist DG die gesuchte Höhe h der Atmosphäre, und aus dem in A rechtwinkligen Dreieck ACD folgt sofort:

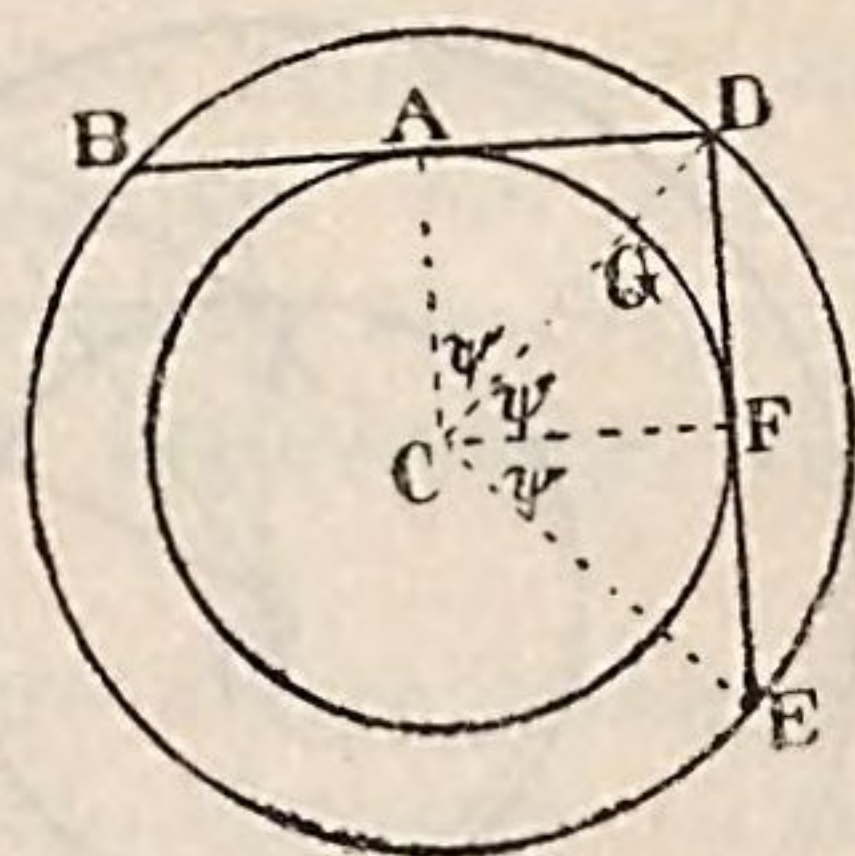


Fig. 21.

$$\cos \psi = \frac{r}{r+h}, \quad h = \frac{2r \sin^2 \frac{1}{2} \psi}{\cos \psi}.$$

Beispiel. Wie hoch ist die Atmosphäre mindestens, wenn die

Beobachtung für ψ den Wert 90° lieferte, und wenn $r = 6370000$ m angenommen wird? (nahezu 80 km).

Sechstes Kapitel.

Erste Zweifel an der Wesenheit einer Himmelskugel; Entfernung und Grössenverhältnisse der Gestirne.

Begriff der
Parallaxe.

§ 40. Die altgriechische Annahme, daß sämtliche Gestirne an einer mit sehr großem Halbmesser um den Mittelpunkt der Erde beschriebenen Kugelfläche (an deren Innenseite) angeheftet zu denken seien, konnte bei unseren bisherigen Erörterungen im wesentlichen ausreichen, doch trat uns in § 27 und § 36 bereits die Notwendigkeit entgegen, zwischen dem Monde und den anderen Himmelskörpern eine Verschiedenheit hinsichtlich ihrer direkten (linearen) Entfernung vom Erdmittelpunkte anzuerkennen. Diese Entfernung wollen wir jetzt zu bestimmen suchen. Hiezu verhilft uns hauptsächlich die Betrachtung des parallaktischen Winkels, um welchen die zwei von räumlich verschiedenen Standorten nach einem entfernten Objekte gezogenen Sehlinien divergieren. Unter Parallaxe eines Sternes im besonderen versteht man den Winkel, unter welchem ein dortselbst befindliches Auge den Erdradius erblicken würde.

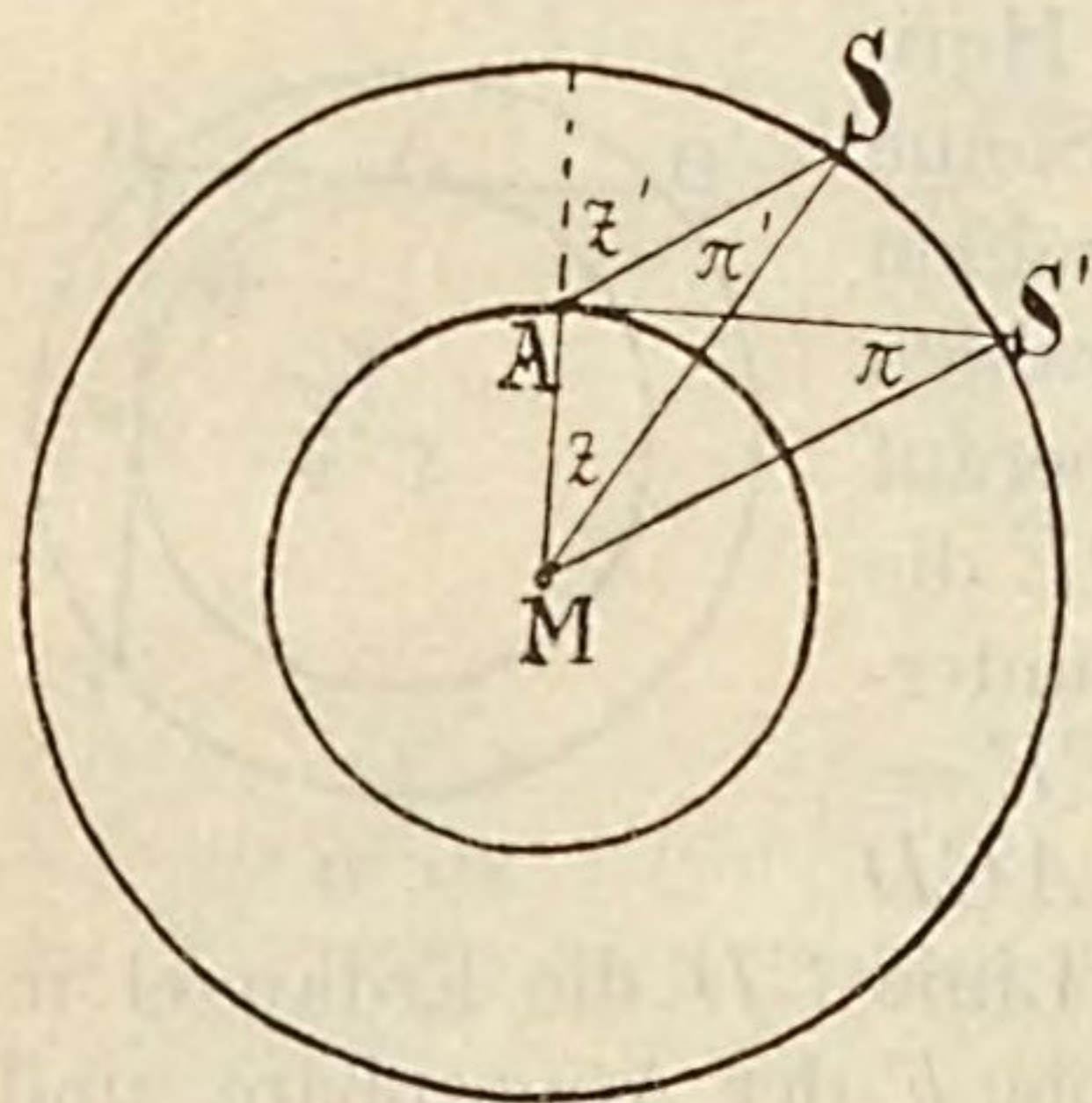


Fig. 22.

gesetzt wird, so gelten nachstehende Beziehungen:

$$q : r = \sin z' : \sin \pi'; \quad \sin \pi' = \frac{r}{q} \sin z'; \quad \sin \pi = \frac{r}{q}.$$

Wenn mithin M (Fig. 22) der Erdmittelpunkt, A der Beobachtungsort, S ein Stern ist, so entspricht $\angle ASM = \pi'$ der Parallaxe. Man sieht, daß dieselbe veränderlich ist; als Zenitalparallaxe wird sie gleich Null; als Horizontalparallaxe ($\angle AS'M$) erreicht sie ihren größten Wert π . Wenn z' die — von uns allein zu beobachtende — scheinbare, z die wahre Zenitdistanz des Sternes darstellt, so ist offenbar $\pi' = z' - z$, und wenn $MA = r$, $MS = q$ ge-

Beispiele. Wie weit ist ein Punkt A vom Mittelpunkte eines Kreises, dessen Radius 85 m beträgt, entfernt, wenn der Kreis, von A aus gesehen, unter einem Winkel $= 17^\circ 17' 6''$ erscheint? (567 m). — Wie groß ist die Horizontalparallaxe des Mondes in dessen mittlerer Entfernung von der Erde (51810 geogr. Meilen), wenn auf den Erdhalbmesser 859,44 Meilen entfallen? ($57' 2''$).

§ 41. Es erhellt, daß die Horizontalparallaxe eines Ge-Fortsetzung. stirnes auch bezeichnet werden kann als der scheinbare Radius der Erde, von jenem Gestirne aus gesehen. Stehen zwei kugelförmige Weltkörper mit den (linearen) Radien r_1 und r_2 einander in der (Mittelpunkts-) Entfernung ϱ gegenüber und würden zwei in den Zentren dieser Kugeln gedachte Beobachter den anderen Weltkörper resp. unter den Winkeln π_1 und π_2 erblicken, so hätte man

$$\varrho = \frac{r_1}{\sin \pi_1} = \frac{r_2}{\sin \pi_2}.$$

Wenn also von den drei Größen Entfernung, wirklicher und scheinbarer Halbmesser je zwei bekannt sind, so kann die dritte Größe leicht berechnet werden.

Die scheinbaren Radien der größeren Planeten mißt man direkt im Bogenmaß mit Anwendung des sogenannten Helio-
meters, dessen Konstruktion Fraunhofer auf eine hohe Stufe der Vollkommenheit gebracht hat; bei den kleinen Planeten muß man sich mit dem indirekten photometrischen Verfahren behelfen. Die Fixsterne entziehen sich in dieser Hinsicht jeder Messung, denn sie erscheinen auch in Teleskopen von außerordentlicher raumdurchdringender Kraft nicht als Scheiben von erkennbarer Größe, sondern stets nur als ausdehnungs- und strahlenlose leuchtende Pünktchen.

Beispiel. Wie groß ist der scheinbare Durchmesser des Planeten Saturn, wenn sein wahrer Äquatorialdurchmesser 17210 Meilen beträgt, und wenn die Entfernung Saturns von der Erde gleich 229 Millionen Meilen zu setzen ist? (6 Bogen-
sekunden).

§ 42. Zur direkten Bestimmung der Distanz ϱ gibt es eine Berechnung für sämtliche Himmelskörper brauchbare, wenn auch, falls ϱ allzu der Ent- groß ist, nicht mehr verlässige Methode. In Fig. 23 ist der Kreis fernung eines um C ein Erdmeridian, auf dem die Punkte A_1 und A_2 liegen. Gestirnes von
der Erde.

Die Entfernung $A_1 A_2$ wählt man so groß als möglich; A_1 wird also der nördlichen, A_2 der südlichen Halbkugel angehören. Die

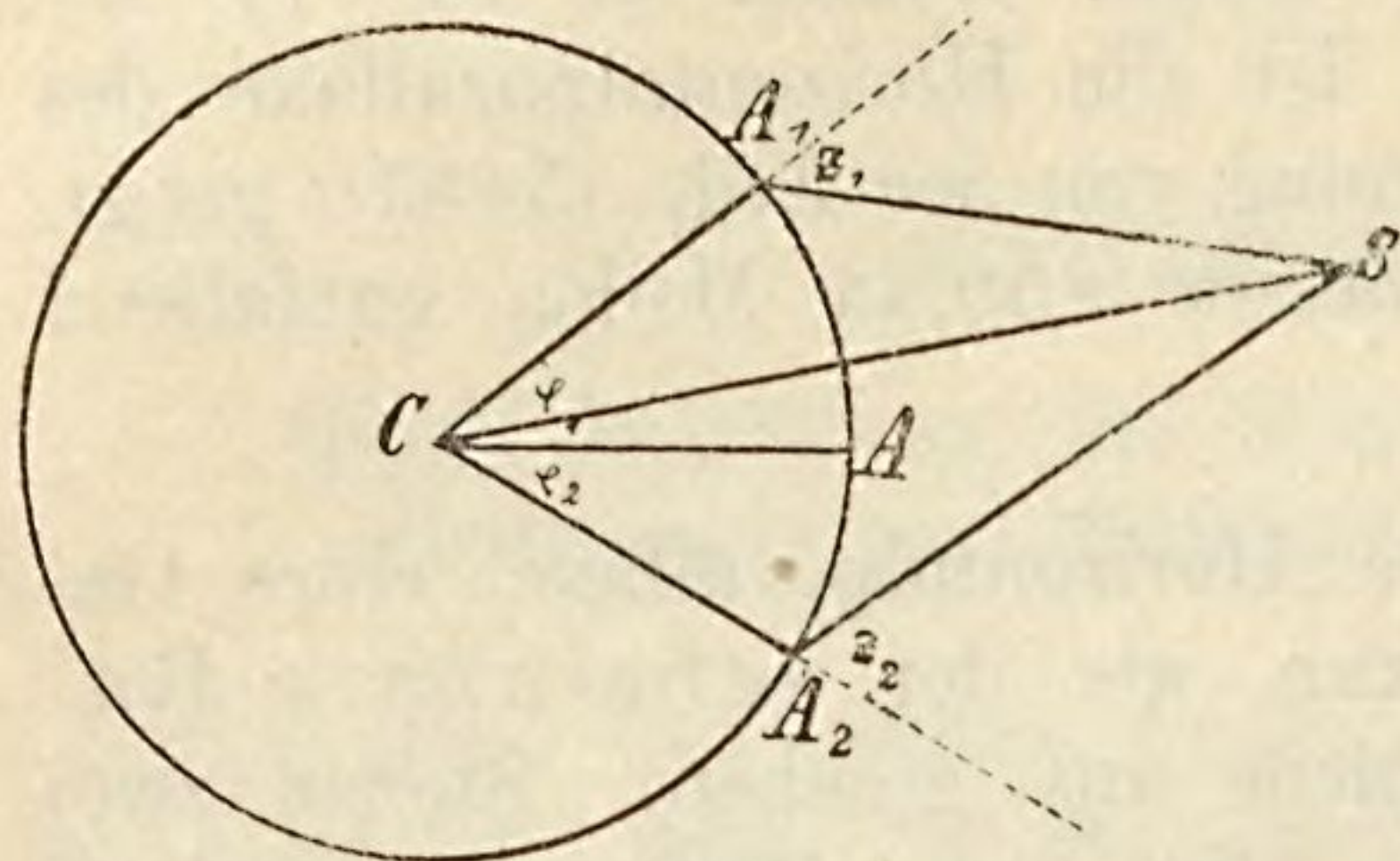


Fig. 23.

Breite von A_1 ist $= \varphi_1$, die s. Breite von $A_2 = \varphi_2$. Der Stern S kulminiert für beide Orte im nämlichen Momente, und in diesem werden die (scheinbaren) Zeitdistanzen z_1 und z_2 bestimmt. Dann ist $\angle A_1 S A_2 = \sigma = 360^\circ - \varphi_1 - \varphi_2 - 180^\circ + z_1 - 180^\circ + z_2 = z_1 + z_2 - (\varphi_1 + \varphi_2)$, und

nachdem so σ bekannt ist, kann man sich zur Berechnung von $CS = x$ der nachfolgenden Gleichungen bedienen (r Erdhalbmesser):

$$\frac{A_1 A_2 = y = 2r \sin \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2)}{\sin \sigma}, \quad \frac{A_1 S = u_1 = y \cos [z_2 - \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2)]}{\sin \sigma}, \quad \frac{A_2 S = u_2 = y \cos [z_1 - \frac{1}{2} (\varphi_1 + \varphi_2)]}{\sin \sigma};$$

$$x = \sqrt{u_1^2 + r^2 + 2u_1 r \cos z_1} = \sqrt{u_2^2 + r^2 + 2u_2 r \cos z_2}.$$

Beispiel.*) Stockholm und die Kapstadt liegen fast genau auf demselben Meridian; hier (nördl. Breite $= 59^\circ 20' 31''$) beobachtete Wargentin die Zenitdistanz des kulminierenden Planeten Mars und fand sie gleich $68^\circ 14'$ (südlich), dort (südl. Breite $= 33^\circ 54' 56''$) ermittelte gleichzeitig La Caille für dieselbe Winkelgröße den Betrag von $25^\circ 2'$ (nördlich). Wie weit war, wenn wieder $r = 859,44$ Meilen gesetzt wird, Mars vom Zentrum der Erde entfernt? (7261000 Meilen).

Bestimmung
der Sonnen-
parallaxe.

§ 43. Die wichtigste kosmische Distanz, sozusagen die Fundamenteinheit aller Entfernungen im Welt- raume, ist der Abstand der Erde von der Sonne. Ihn zu er- mitteln, sind seit langer Zeit die verschiedensten Versuche gemacht worden.

I. Methode des Aristarch von Samos (um 250 v. Chr.) Wenn der Mond im ersten oder letzten Viertel

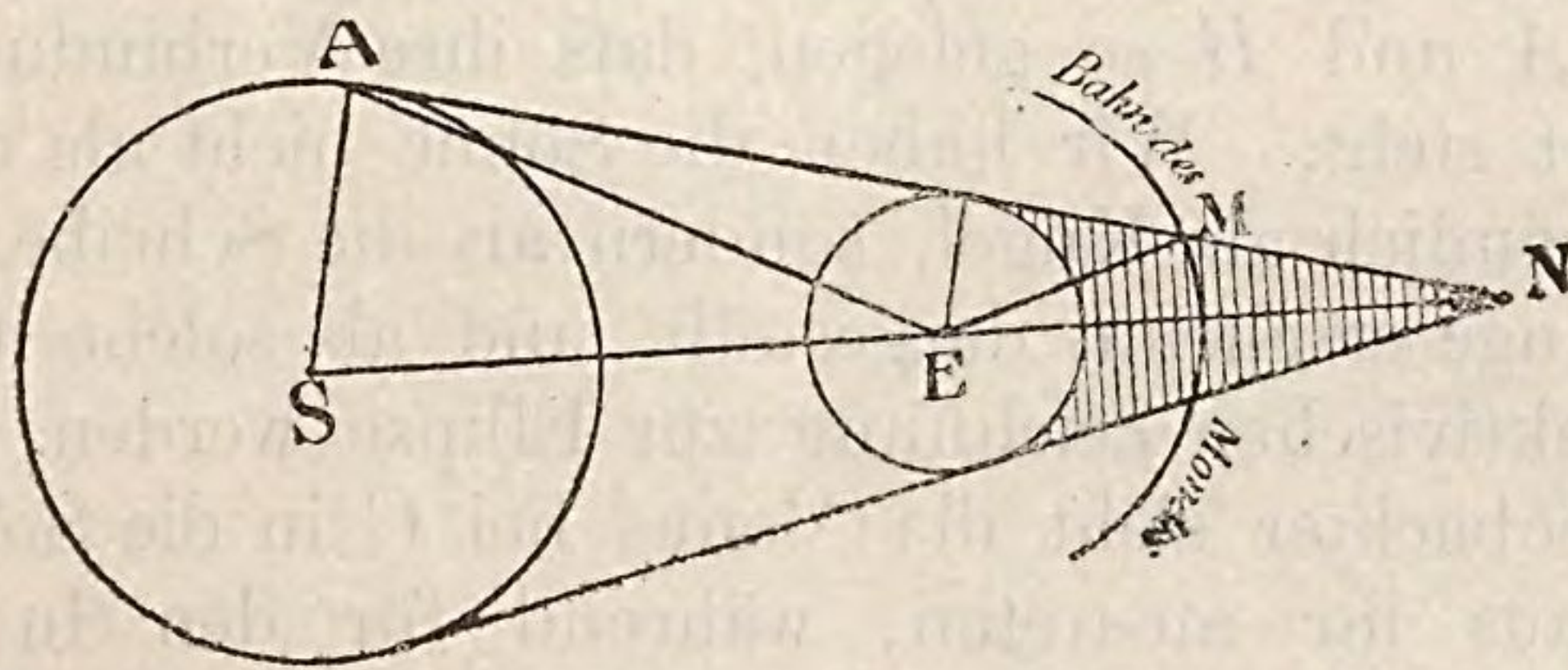
*) Dieses Beispiel ist ein historisches. Um die Marsparallaxe möglichst genau zu erhalten, sandte die französische Akademie im Jahre 1757 ihr Mitglied La Lande nach Berlin, ihr Mitglied La Caille nach Südafrika, und an den Beobachtungen nahm auch der erwähnte schwedische Astronom teil.

steht, dann ist das von den Mittelpunkten Sonne, Erde, Mond gebildete gradlinige Dreieck im Monde rechtwinklig. Wäre es deshalb möglich, diesen Zeitpunkt ganz genau zu erfassen und, sobald er eingetreten, den an der Erde liegenden Winkel α jenes Dreieckes zu messen, so wäre, unter ϱ die Sonnendistanz, unter ϱ' die bereits bekannte Mondistanz der Erde verstanden, $\varrho = \varrho' \sec \alpha$. Da sich jedoch die gradlinige Schattengrenze niemals ganz genau fixieren läßt, so führt die theoretisch einwurfsfreie Idee Aristarch's zu keinem brauchbaren Ergebnisse.

II. Methode des Hipparch von Rhodus (um 120 v. Chr.) Tritt der Mond in den Schattenkegel der Erde, so gilt folgender Lehrsatz Hipparch's:

Die Summe der (Horizontal-) Parallaxen von Sonne und Mond ist gleich der Summe des scheinbaren Sonnenhalbmessers und des halben von Schattenkegel aus der Mondbahn ausgeschnittenen Bogens.

In Fig. 24 sind S , E und M resp. die Mittelpunkte von Sonne, Erde und Mond, und die obenerwähnten Winkelgrößen



Figur 24.

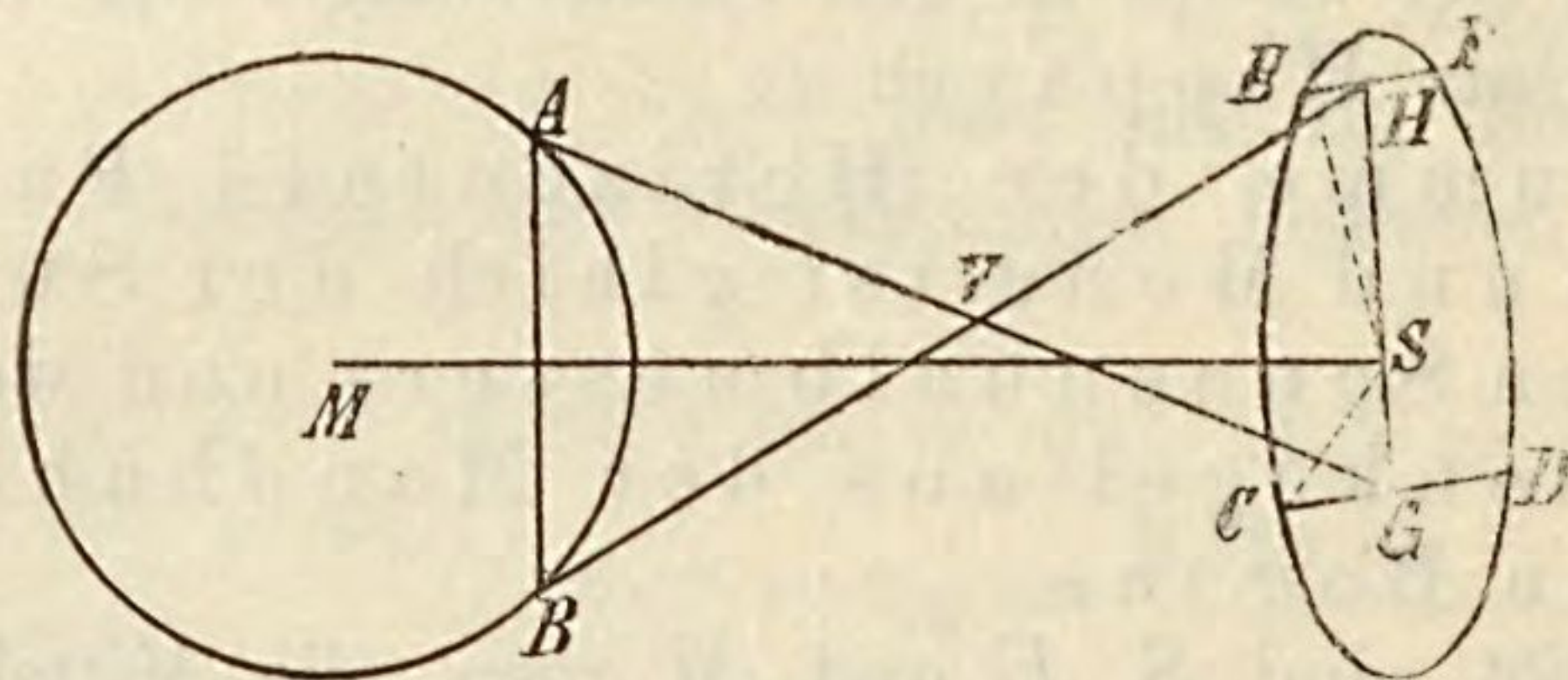
sind, wenn N die Spitze des Schattenkegels vorstellt, die folgenden: $\sphericalangle EAM$, $\sphericalangle AME$, $\sphericalangle SEA$ und $\sphericalangle MEN$. Man erkennt ohne weiteres, daß die Gleichheiten

$\sphericalangle EAM + \sphericalangle AME = \sphericalangle SEA + \sphericalangle MEN = 180^\circ - \sphericalangle AEM$ bestehen. Die Mondparallaxe ist verhältnismäßig leicht zu finden, der scheinbare Sonnenhalbmesser (s. § 19) ist direkt messbar, $\sphericalangle MEN$ ist der halben Zeitdauer der Verfinsterung proportional), und es bleibt einzig die Sonnenparallaxe als Unbekannte übrig. Aber leider ist eine scharfe Bestimmung jener Zeitdauer so gut wie unmöglich.

III. Halley's Methode der Planetendurchgänge. Mitunter kommt es vor, daß die beiden unteren Planeten, Merkur und Venus, zwischen Erde und Sonne treten, sich

auf letzterer als kleine schwarze Scheibchen projizieren. H a l l e y (1656—1742), der 1677 einen M e r k u r d u r c h g a n g beobachtet hatte, erkannte die Verwertbarkeit des Phänomenes für die Bestimmung der Sonnenparallaxe, wies aber zugleich darauf hin, daß ein V e n u s d u r c h g a n g noch weit grössere Vorteile darbieten würde. Solche Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe sind nun seitdem in den Jahren 1761, 1769, 1874 und 1882 eingetreten und von den Astronomen aller Kulturvölker gründlich ausgenützt worden.

In Fig. 25 ist M der Mittelpunkt der Erde, S derjenige der Sonne, V die Venus; auf dem Meridian der Erde, dessen



Figur 25.

Ebene durch den Sonnenmittelpunkt hindurchgeht, denken wir uns zwei Punkte A und B so gelegen, daß ihre Verbindungslinie auf MS senkrecht steht. Wir haben die Sonne nicht als das, was sie wirklich ist, nämlich als Kugel, sondern als die Scheibe, als welche sie unserem Auge erscheint, dargestellt, und als solche mußte sie in unserer perspektivischen Zeichnung zur Ellipse werden. Der in A befindliche Beobachter sieht die Venus bei C in die Sonnenscheibe ein, bei D aus ihr austreten, während für den in B befindlichen Beobachter E und F diese Punkte sind; die Bahnen CD und EF können als gradlinig betrachtet werden und sind einander parallel. Eine von S auf beide Grade gefällte und diese resp. in G und H treffende Senkrechte wird zu AB parallel sein, und wenn man die Linien AG und BH zieht, so müssen sich dieselben in dem thatsächlich der Venusbahn angehörigen Punkte V durchschneiden. Da $\triangle ABV \sim \triangle GHV$, so hat man auch die Proportion

$$AV : GV = AB : GH.$$

AV , die Entfernung der Venus von der Erde, kann als bekannt gelten, ebenso AB . Da ferner die beiden Beobachter die Ein- und Austrittsmomente genau notiert haben, so weiß man, daß zur Durchlaufung der Wege CD und EF resp. die Zeiten t_1 und t_2 erfordert wurden. Ist T die im nämlichen Zeitmasse ausgedrückte

Umlaufsdauer der Venus, und sind b_1 und b_2 die im Bogenmass ausgedrückten Längen von CD und EF , so ist

$$b_1 = \frac{360 t_1}{T}, \quad b_2 = \frac{360 t_2}{T},$$

und, den Scheibenradius $CS = ES$ durch R bezeichnend, kann man endlich

$$GH = \sqrt{R^2 - \frac{1}{4} b_1^2} + \sqrt{R^2 - \frac{1}{4} b_2^2}$$

setzen; das obere Zeichen entspricht dem in der Zeichnung dargestellten Falle, dass beide Sehnen auf verschiedenen Seiten von S liegen, das untere Zeichen dem entgegengesetzten Falle.

§ 44. Als man die bekannten Methoden auf die Fixsterne anwenden wollte, versagten sie: Die Parallaxe der Fixsterne ergab sich gleich Null, deren Entfernung von der Erde somit unendlich gross. Letzteres schien allerdings nur so, und man gelangte zu richtigerer Einsicht, nachdem man (vergl. Kap. VIII) der Thatsache sich bewußt geworden war, daß sich die Erde in einer von einem Kreise nur ganz wenig abweichenden Kurve um die Sonne bewegt.

Fixstern-
parallaxen.

Nunmehr hatte man nämlich als Messungsbasis, statt des kleinen Halbmessers der Erde, den ungeheuren Durchmesser jenes Kreises zur Verfügung, und es erhob sich die Frage, ob an den Fixsternen eine Jahresparallaxe sich nachweisen lasse. Allerdings vergingen trotz des eifrigsten Suchens nach einer solchen noch Jahrhunderte, bis es endlich Bessel möglich ward, die wirkliche Existenz einer Fixsternparallaxe nachzuweisen.

A_1 und A_2 (Fig. 26) sind die Endpunkte eines Durchmessers der Erdbahn. Verbinden wir dieselben mit S_1 , so ist $\sphericalangle A_1 S_1 A_2 = \pi_1$ die Jahresparallaxe dieses Fixsternes, und dieser Winkel ist zu klein, um direkt gemessen werden zu können. Nun sei aber S_2 ein lichtschwächerer und deshalb mutmaßlich weiter entfernter Stern, der mit A_1 , A_2 und S_1 in der nämlichen Ebene liege. $\sphericalangle A_1 S_2 A_2 = \pi_2$ ist dessen Jahresparallaxe. Schneiden sich die Geraden $A_1 S_2$ und $A_2 S_1$ in B , hat so man

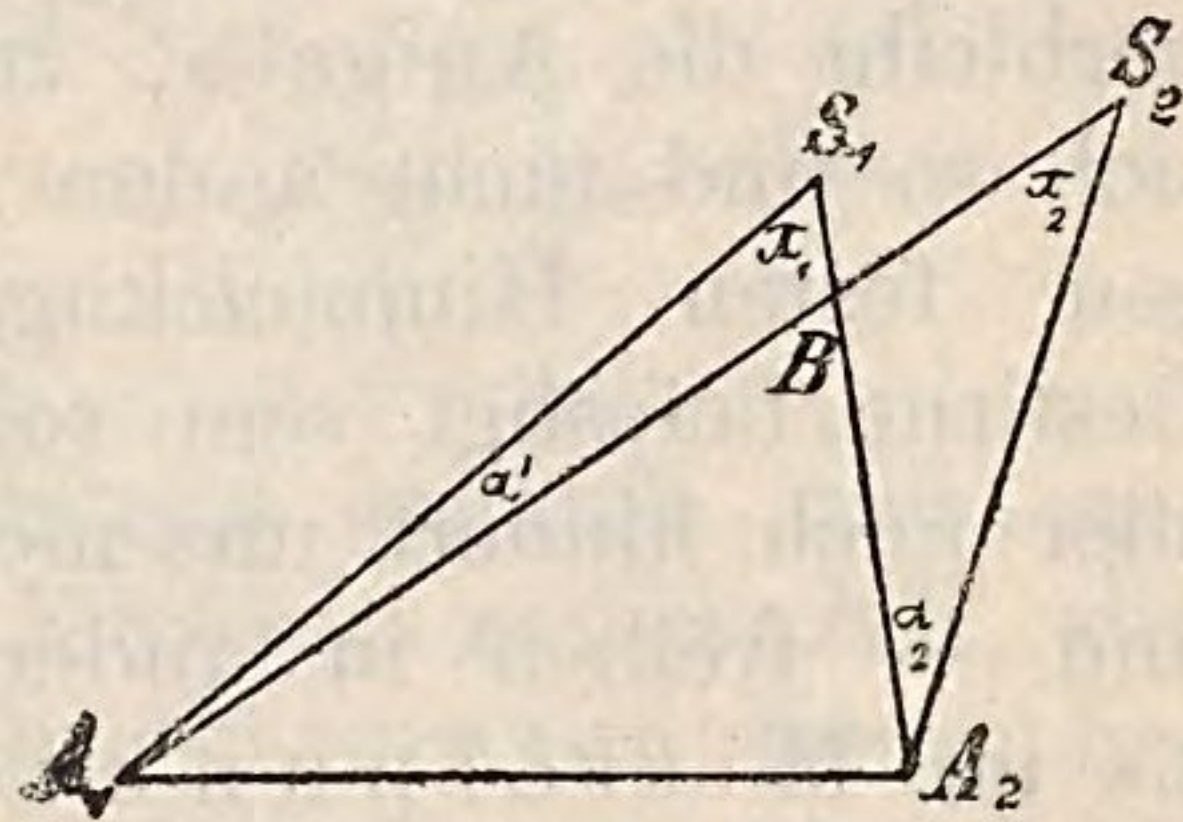


Fig. 26.

$$\alpha_1 + \pi_1 = \alpha_2 + \pi_2 = 180^\circ - \sphericalangle A_1 B S_1; \quad \alpha_2 - \alpha_1 = \pi_1 - \pi_2.$$

Da π_2 jedenfalls weit kleiner ist, als das selbst so kleine π_1 , so darf ohne Fehler $\pi_2 = 0$, somit $\pi_1 = \alpha_2 - \alpha_1$ gesetzt werden, und diese Richtungswinkel lassen sich sehr genau bestimmen.

Nachstehende Tabelle gibt von einigen bekannteren Fixsternen die Jahresparallaxen an:

61 Cygni	0,48" (im Mittel)	α Lyrae	0,21" (im Mittel)
α Bootis	0,13	α Centauri	0,92
34 Groombridge	0,31	Sirius	0,23
α Ursae min.	0,18	p Ophiuchi	0,17.

Die Erddistanz des hellen — in Europa nicht sichtbaren — Sternes im Zentauren, die ungefähr 4 Billionen Meilen beträgt, pflegt man als Sternweite zu bezeichnen. Bei so ungemein kleinen Winkeln, wie sie hier vorkommen, kann man recht gut Sinus und Bogen vertauschen, d. h. Parallaxe und Erddistanz als einander umgekehrt proportionale Größen ansehen; es ist demnach, laut Tabelle, Sirius etwa viermal so weit als α Centauri von uns entfernt.

Siebentes Kapitel.

Erklärung der Bewegungserscheinungen vom geozentrischen Standpunkte aus.

Das homo-
zentrische
Weltsystem.

§ 45. Die sphärische Astronomie zeigt uns die himmlischen Phänomene, wie sie den Sinnen erscheinen; die theoretische Astronomie will vom Augenscheine abstrahieren und uns die Bewegungen der Weltkörper so kennen lehren, wie sie wirklich sind; der physischen Astronomie endlich verbleibt die Aufgabe, zu ermitteln, warum diese Bewegungen sich so und nicht anders vollziehen. Die Vorstellung einer einzigen festen Himmelskugel, an deren Innenfläche sämtliche Gestirne befestigt sein sollten, hat sich als unhaltbar erwiesen, aber noch hindert uns nichts, unsere Erde als im Raum feststehend und — freilich in anderem als dem bisher üblichen Sinne — als im Mittelpunkte des Weltraumes befindlich zu betrachten.

Auf diese Voraussetzung gründete sich das erste uns geschichtlich bekannte Weltsystem, das diesen Namen wirklich

zu tragen verdient, das System der homozentrischen Sphären. Geschaffen wurde dasselbe von Eudoxus (IV. vorchristliches Jahrhundert); auch Aristoteles bekannte sich dazu, und noch im Mittelalter fand es zahlreiche Anhänger. Jedem Wandelgestirne war eine Anzahl von der Erde konzentrischen Kugelflächen zugeordnet, und da jede dieser Fläche ihre gesonderte Bewegung besitzen sollte, so wirkten auf den Himmelskörper unausgesetzt verschiedene Impulse, deren Zusammenwirken ihn eine ziemlich verwickelte sphärische Kurve (Hippopeda) zu beschreiben nötigte. Die in § 11 erwähnten Unregelmäßigkeiten fanden so eine ganz befriedigende Erklärung; unerklärt dagegen blieb der Umstand, daß die scheinbaren Durchmesser von Sonne und Mond nicht stets die gleichen blieben, wie sie es nach des Eudoxus Annahmen doch bleiben sollten. In der That war es wohl hauptsächlich dieser Grund, welcher den Hipparch die Sphärenlehre verwerfen und, zunächst für die Sonne, eine neue Theorie aufstellen liefs.

§ 46. Man hatte erkannt, daß die Sonne einen vollen Kreis, eben die Ekliptik, beschreibe, allein die vorerwähnte Veränderlichkeit des Gesichtswinkels, unter welchem dieselbe erscheint, bewies, daß die Erde nicht genau im Zentrum dieses Kreises stehen könne. Zudem fand Hipparch, daß der Sonnenkreis durch die Äquinoktial- und Solstitialpunkte nicht in vier kongruente Quadranten zerlegt werde; vielmehr entfielen damals auf den Herbst 88, auf den Winter 90, auf den Frühling $94\frac{1}{2}$ und auf den Sommer $92\frac{1}{2}$ Tage. Um beiden Thatsachen gerecht zu werden, griff Hipparch zum exzentrischen Kreise, d. h. er nahm an, der Punkt E , in welchem die Erde wirklich stehe, falle mit dem Mittelpunkt E' des Kreises, in welchem die Sonne umläuft, nicht zusammen; ist r der Halbmesser dieses Kreises, so ist EE' , die lineare Exzentrizität, $= \frac{1}{24}r$. Da Hipparch ferner bemerkt hatte, daß die Sonne zwischen Schützen und Steinbock am größten, zwischen Zwillingen und Krebs hingegen am kleinsten erscheine, so verlegte er an ersteren Ort die Erdnähe (Peri-

Hipparchs
Theorie der
Sonne.

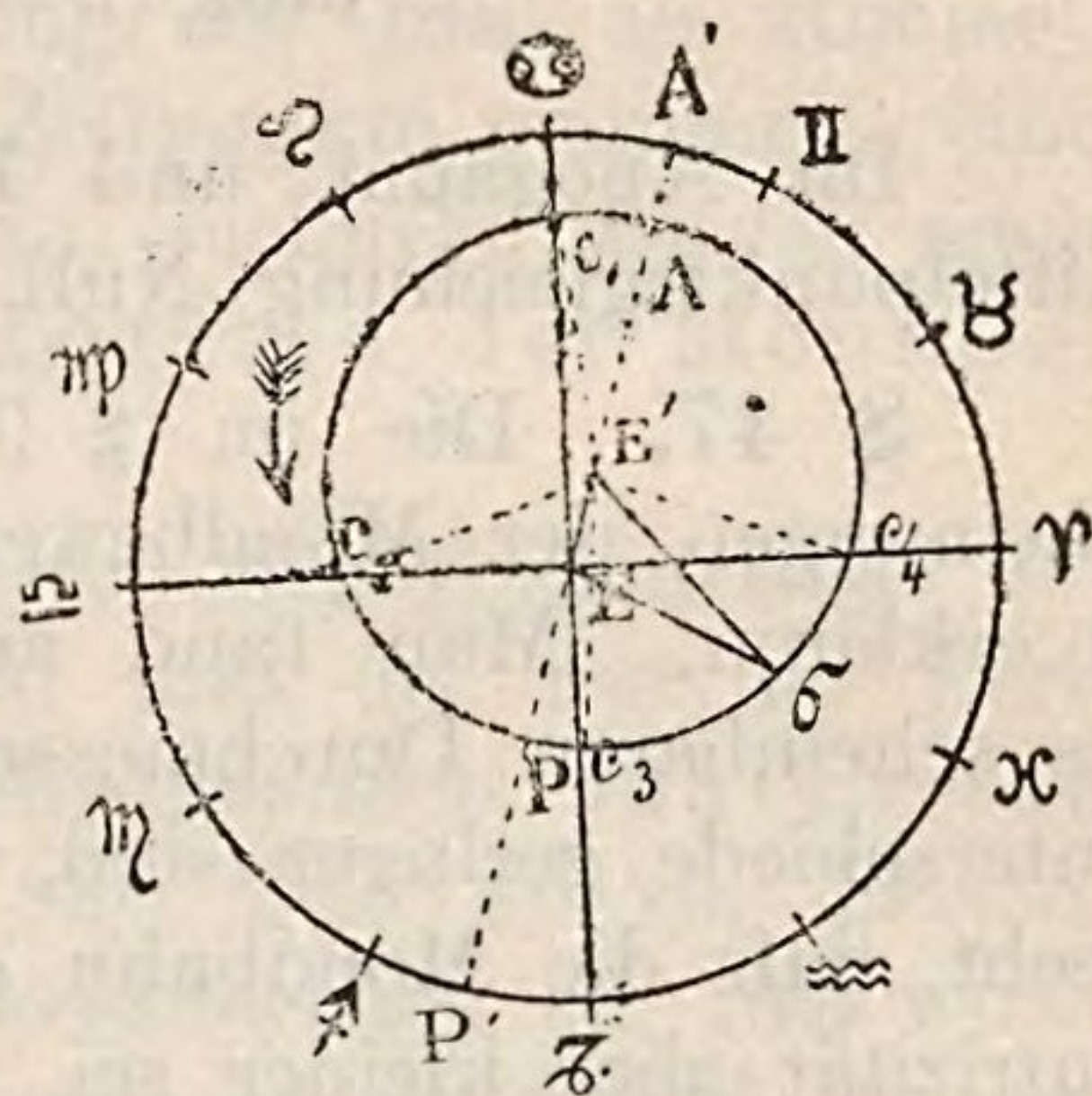


Fig. 27.

gäum), an letzteren die Erdferne (Apogäum) der Sonne. In Fig. 27 ist Hipparch's Sonnentheorie übersichtlich dargestellt. Der äußere Kreis repräsentiert die in ihre zwölf Zeichen geteilte, der Fixsternkugel angehörige Ekliptik, in deren Mittelpunkt E , die Erde, sich befindet, wogegen das Punctum aequans E' , der Mittelpunkt des wirklichen Sonnenkreises, auf der Verbindungsline von Apogäum A und Perigäum P gelegen ist. Die Größe der Strecke EE' wählte Hipparch so, daß die Zentriwinkel $c_2E'c_3$, $c_3E'c_4$, $c_4E'c_1$, $c_1E'c_2$ beziehungsweise den oben für die Längen der einzelnen Jahreszeiten normierten Zahlen proportional wurden.

Zieht man von σ , dem augenblicklichen Standorte der Sonne, die Linien σE und $\sigma E'$, so entstehen die Winkel σEP und $\sigma E'P$, welche resp. als wahre und mittlere Anomalie bezeichnet werden; die zwischen $\pm 2^\circ 13'$ schwankende Differenz beider heisst Mittelpunktsleichung. Wenn erstere $= v$, letztere $= m$

gesetzt wird, so liefert das Dreieck $\sigma EE'$ die Proportion $r : \frac{r}{24} = \sin v : \sin (v - m)$ oder auch $24 : 1 = \sin [(v - m) + m] : \sin (v - m)$. Löst man innerhalb der eckigen Klammern auf und dividiert durch $\sin (v - m)$, so ergibt sich die zur Berechnung der wahren aus der mittleren Anomalie sehr geeignete Gleichung:

$$\text{tang } (v - m) = \frac{\sin m}{24 - \cos m}.$$

Im Apogäum und Perigäum wird, wie man sieht, die Mittelpunktsleichung Null.

Mondphasen.

§ 47. Die im § 9 nur äußerlich gekennzeichneten Erscheinungen der Mondbewegung wußten die Alten schon richtig zu erklären. Man fand auch beim Monde eine Verschiedenheit des scheinbaren Durchmessers zu verschiedenen Zeiten, aber da die Unterschiede geringer sind, als bei der Sonne, so schloß man mit Recht, daß die Mondbahn gleichfalls exzentrisch, die lineare Exzentrizität aber kleiner sei. Für die Phasen bedurfte es nur der Annahme, daß der Mond sein Licht von der Sonne empfangen und kein anderes als reflektiertes Sonnenlicht ausstrahle. In Fig. 28 sei die Erde, S die in sehr großer Entfernung befindliche Sonne; die Gesamtheit der von ihr ausgehenden Strahlen kann als Parallelstrahlenbündel angesehen werden. Dann lehrt ein Blick auf die Figur, daß bei dem in V angelangten Monde gerade die der Erde zugekehrte Halbkugel, bei dem in N angekommenen

gerade die der Erde abgewandte Halbkugel voll beleuchtet ist. Wir haben also bezüglich in V und N Voll- und Neumond, während, wenn der Mondmittelpunkt in E_v und L_v sich befindet, nur die Hälfte der beleuchteten Hemisphäre, d. h. bloß der vierte Teil der ganzen Mondkugel für uns sichtbar ist.

Fiele die Mondbahn ganz in die Ebene der Ekliptik, so müsste zur Neu- und Vollmondszeit eine Verfinsterung der Sonne resp. des Mondes eintreten. Da dies nun für gewöhnlich nicht der Fall ist, so folgt, daß die beiden Bahnebenen einen wenn auch kleinen Winkel mit einander einschließen. Die Schnittlinie beider Ebenen hat mit der Ekliptik die beiden Knoten- oder drakonitischen Punkte gemein (aufsteigender Knoten oder Drachenkopf; absteigender Knoten oder Drachenschwanz).

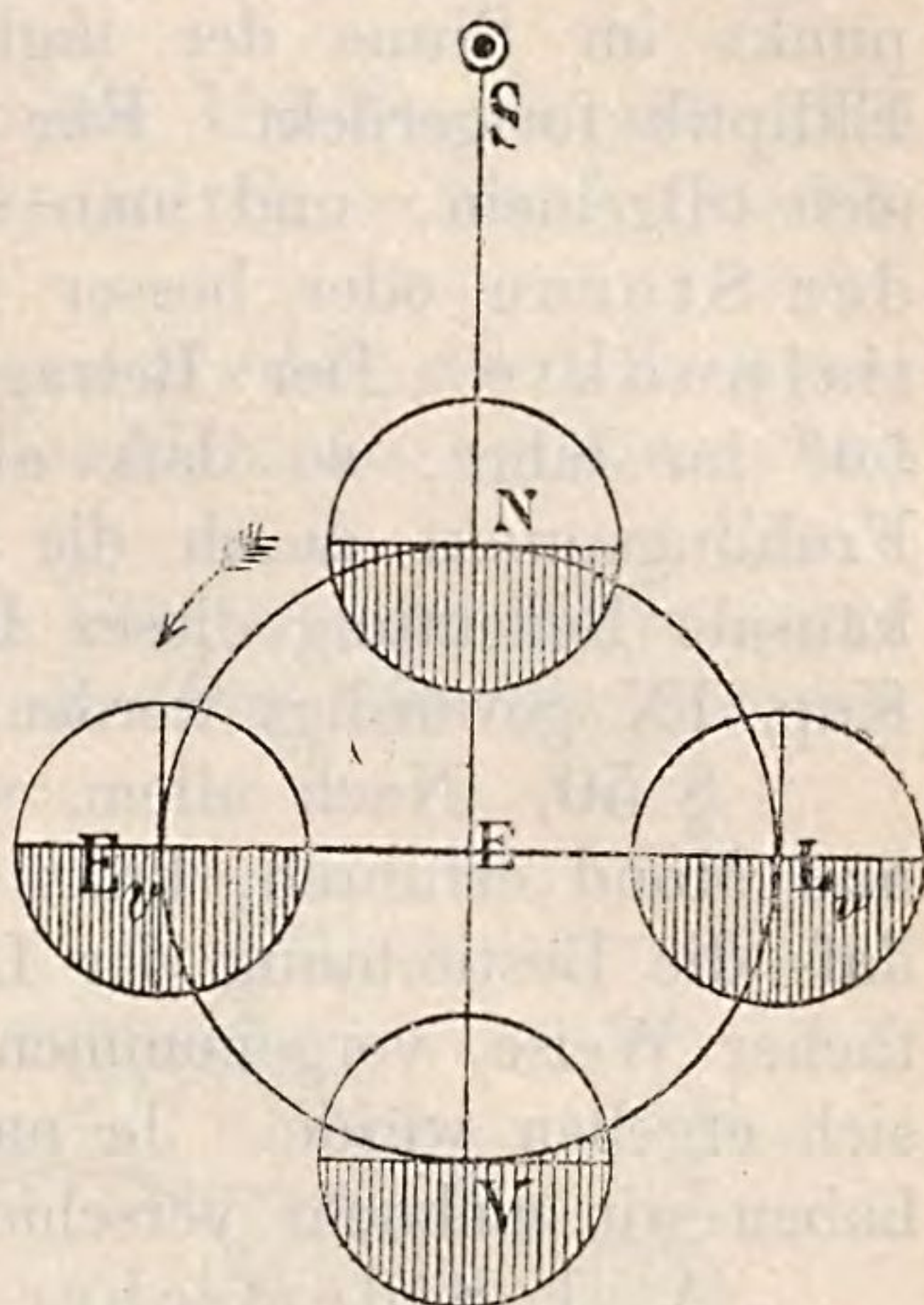


Fig. 28.

§ 48. Wäre die Mondbahn in aller Strenge ein exzentrischer Kreis, so wäre die Vorausbestimmung des Ortes am Himmel, welchen der Mond in einem gegebenen Zeitpunkte einnimmt, eine leichte Sache. Dies trifft jedoch nicht zu, vielmehr wurden nach und nach einige auffallende Irregularitäten der Mondbewegung bemerkt.

Ungleichheiten der Mondbewegung.

Von Wichtigkeit sind neben der von der Exzentrizität abhängigen Mittelpunktsgleichung (s. § 46) und der nur im Perigäum und Apogäum der Sonne verschwindenden jährlichen Gleichung besonders die Evektion und Variation. Erstere rührt davon her, daß die Exzentrizität veränderlich ist, und wirkt auf die Längen des Mondes in den Syzygien vergrößernd, in den Quadraturen verkleinernd ein; letztere tritt am stärksten in den Oktanten (s. § 9) hervor.

§ 49. Aber auch der Anfangspunkt der Längenzählung (s. § 13) ist kein konstanter. Als Hipparch seine Beobachtungen mit den älteren des Eudoxus (s. § 45) verglich, erkannte er, daß zwar die astronomischen Breiten der Fixsterne

Rückgang der Tag- und Nachtgleichenpunkte.

unverändert geblieben waren, daß dagegen die Längen stetig und der Zeit proportional zugenommen hatten. Entweder hatten sich also die Sterne gleichmäfsig fortbewegt, oder es war der Widderpunkt im Sinne der täglichen Bewegung gleichmäfsig auf der Ekliptik fortgerückt. Für die letztere Auffassung entschied man sich allgemein, und man spricht deshalb von der Präzession der Sterne oder besser vom Zurückgehen der Äquinoktialpunkte. Der Betrag des Rückganges beträgt fast genau $50''$ im Jahre, so daß also in nicht ganz 26 000 Jahren der Frühlingspunkt durch die ganze Ekliptik hindurchwandert. Die kausale Bedeutung dieser Entdeckung Hipparch's kann erst in Kap. IX gewürdigt werden.

Präzisierung
der Begriffe
Monat und
Jahr.

§ 50. Nach allem, was wir über die Bewegung von Sonne und Mond erfuhren, kann nicht mehr daran festgehalten werden, daß die Bestimmung der Länge von Monat und Jahr in so einfacher Weise vorgenommen werden könne, wie aus § 9 und 10 sich ergeben würde. Je nach den Fixpunkten, die wir wählen, haben wir vielmehr verschiedene Begriffe auseinanderzuhalten.

A. I. Siderischer Monat, verflossen bis zur Rückkehr des Mondes zum nämlichen Fixsterne; II. Tropischer Monat, verflossen zwischen zwei Durchgängen des Mondes durch den Frühlingspunkt; III. Anomalistischer Monat, die Zeit zwischen zwei Durchgängen des Mondes durch die Erdnähe; IV. Synodischer Monat, die Zeit von einem Neumonde zum anderen; V. Drakonitischer Monat, die zwischen zwei konsekutiven Durchgängen des Mondes durch denselben Knotenpunkt verfließende Zeit; VI. Sonnenmonat, die Zeit, welche die Sonne in einem bestimmten Zeichen der Ekliptik verweilt.

B. I. Siderisches Jahr, dem siderischen Monate entsprechend und absolut unveränderlich wie dieser; II. Tropisches Jahr, dem tropischen Monate entsprechend; III. Anomalistisches Jahr, dem anomalistischen Monate entsprechend; IV. Mondjahr, zwölf synodische Monate umfassend.

Der siderische Monat hat $27^d 7^h 43^m 11^s$, der synodische (größer, weil ja auch die Sonne in ihrer Bahn fortrückt) hat $29^d 12^h 44^m 3^s$, der anomalistische hat $27^d 13^h 18^m 35^s$. Die Länge des tropischen Sonnenjahres ist veränderlich, und zwar ist sie (nach Brünnow) für die Jahreszahl t (> 1800) =

$$365^d 5^h 48^m 47^s - 0,00595 (t - 1800)^s.$$

Finsternisse.

§ 51. Verbinden wir die Mittelpunkte von Erde, Sonne und Mond durch grade Linien, so bilden dieselben im allgemeinen

ein Dreieck, das aber gelegentlich auch zu Einer Graden zusammenschrumpfen kann. Alsdann entsteht notwendig eine Verfinsternung oder Eklipse (s. § 8), doch sind zwei Möglichkeiten zu unterscheiden:

I. Tritt der Mond bei seinem Umlaufe um die Erde in deren Schattenkegel, so wird er verfinstert; man hat eine Mondfinsternis.

II. Tritt der Mond zwischen Erde und Sonne, so wird letztere für erstere verfinstert; man hat eine Sonnenfinsternis.

Wie bei jedem schattenwerfenden Körper sind Kern- und Halbschatten zu trennen. Wenn S (Fig. 29) die Sonnen-

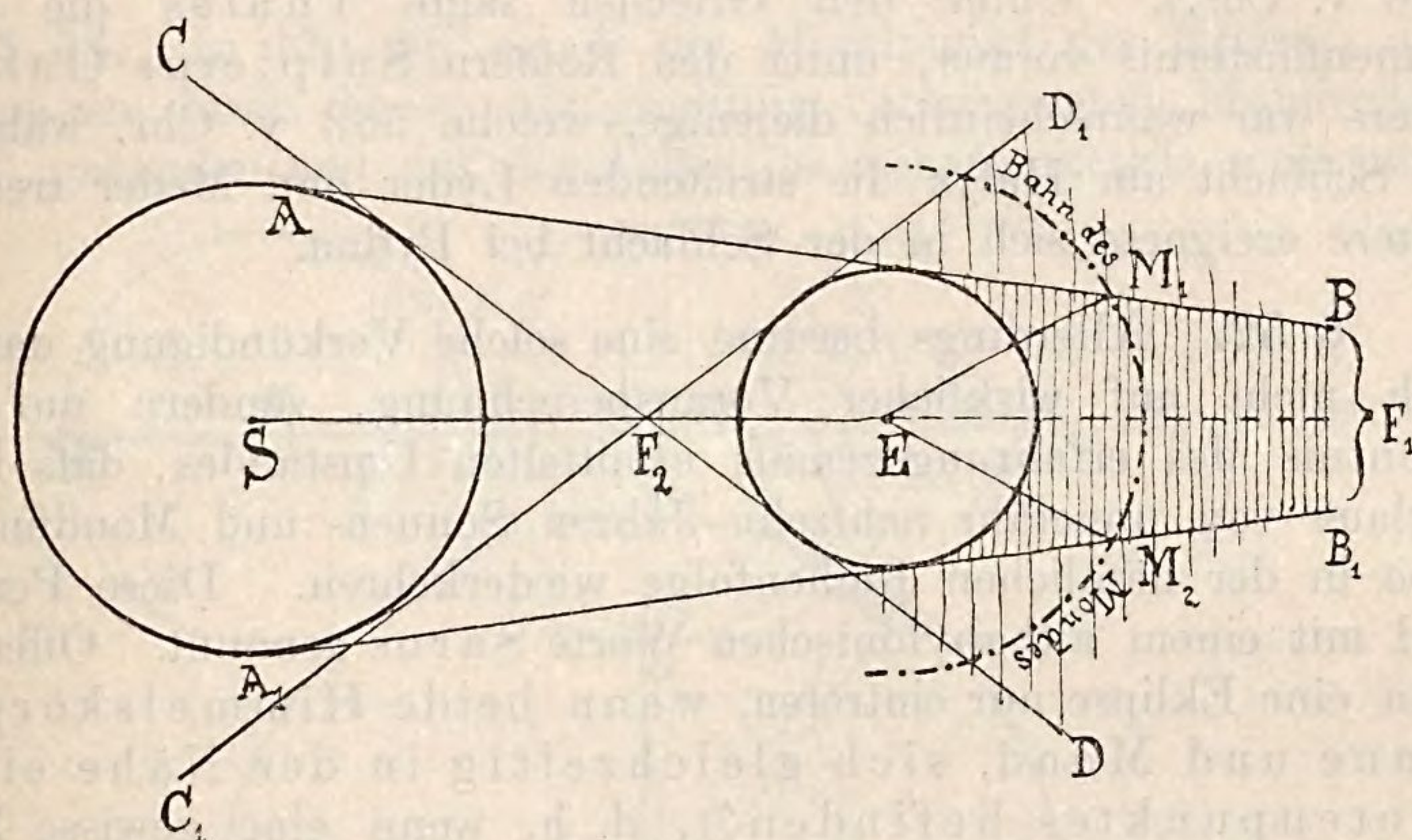


Fig. 29.

E die Erdkugel darstellt, so ist der Kernschatten durch den äußeren Berührungskegel ABB_1A_1 , der Halbschatten durch den inneren Berührungskegel CDD_1C_1 bestimmt; F_1 ist die Spitze des erst-, F_2 die Spitze des zweitgenannten. Wenn r_1 und r_2 die wirklichen Halbmesser beider Kugeln bedeuten, während c der Zentraldistanz SE entspricht, so kann man

$$SF_1 = \frac{cr_1}{r_1 - r_2}, \quad SF_2 = \frac{cr_1}{r_1 + r_2}$$

setzen. Auch die Größe $M_1 M_2$ des Bogens, welcher aus der Mondbahn (s. S. 65) vom Kernschattenkegel herausgeschnitten wird, ist leicht zu berechnen.

Eine Mondfinsternis kann, je nachdem die ganze Mondkugel oder nur ein Teil von ihr in den Kernschatten eindringt, total

oder partial, eine Sonnenfinsternis kann total, partial oder ringförmig sein. In letzterem Falle, wenn also rings um den die Sonne nur teilweise bedeckenden Mond ein Lichtkranz entstehen soll, muß sich der Mond in seiner Erdferne, die Sonne in ihrer Erdnähe befinden. Um bei partialen Finsternissen die Verfinsterungsgröße bequem angeben zu können, teilt man jenen scheinbaren Durchmesser des verfinsterten Himmelskörpers, welcher auf der Lichtgrenze senkrecht steht, in zwölf gleiche Teile, sogenannte Zolle, ein und merkt an, über wie viele Zolle die Verfinsterung sich erstreckte.

Die erste zu wissenschaftlichen Zwecken angestellten Beobachtungen einer Mondfinsternis verdankt man den Chaldäern (720 v. Chr.). Unter den Griechen sagte Thales die erste Sonnenfinsternis voraus, unter den Römern Sulpicius Gallus; erstere war wahrscheinlich diejenige, welche 583 v. Chr. während der Schlacht am Halys die streitenden Lyder und Meder trennte, letztere ereignete sich in der Schlacht bei Pydna.

Zyklen.

§ 52. Allerdings beruhte eine solche Verkündigung damals noch nicht auf wirklicher Vorausberechnung, sondern auf der Kenntnis des erfahrungsgemäfs ermittelten Umstandes, daß nach Verlauf von ungefähr achtzehn Jahren Sonnen- und Mondfinsternisse in der nämlichen Reihenfolge wiederkehren. Diese Periode wird mit einem altbabylonischen Worte Saros genannt. Offenbar kann eine Eklipse nur eintreten, wenn beide Himmelskörper, Sonne und Mond, sich gleichzeitig in der Nähe eines Knotenpunktes befinden*), d. h. wenn eine gewisse Zahl von drakonitischen Monaten einer gewissen Anzahl von synodischen Monaten annähernd gleich geworden ist. Auf kleinste Zeiteile ausgerechnet, hat ein drakonitischer Monat 2351149, ein synodischer 2551443 Sekunden (s. S. 72); man entwickelt das Verhältnis dieser beiden Zahlen in einen Kettenbruch, findet

$$\frac{2351136}{2551443} = \frac{1}{1} + \frac{1}{11} + \frac{1}{1} + \dots$$

und sucht die Näherungsbrüche dieses letzteren. Der sechste, schon eine sehr große Genauigkeit gewährende, entspricht dem

*) Welche Phase begünstigt das Eintreten einer Sonnenfinsternis, und welches muß die Phase des Mondes sein, wenn er selbst verfinstert werden soll?

Saros; er ist $= \frac{2}{2} \frac{2}{4} \frac{3}{2}$, und es läßt sich demgemäß behaupten: Nach Ablauf von 242 synodischen Mondmonaten kehren sowohl Sonnen- als auch Mondfinsternisse in derselben Ordnung und Reihenfolge wieder.

Den Grund zu einer nicht bloß zyklischen, sondern exakt geometrischen Theorie der Finsternisse hat Ptolemäus gelegt. Die Berechnung der Sonnenfinsternisse ist die schwierigere, weil dabei auch die geographische Lage des Beobachtungsortes berücksichtigt sein will; dagegen setzt die Bestimmung der Elemente einer Mondfinsternis nur die Grundlehren der ebenen Trigonometrie voraus und soll darum an dieser Stelle einen Platz finden.

§ 53. In Fig. 30 sei C der Mittelpunkt des Kreises, in welchem ein durch die — als gradlinig vorausgesetzte Mondbahn $M' M''$ gehender und auf der Achse des Schattenkegels senkrecht

Berechnung
einer Mond-
finsternis.

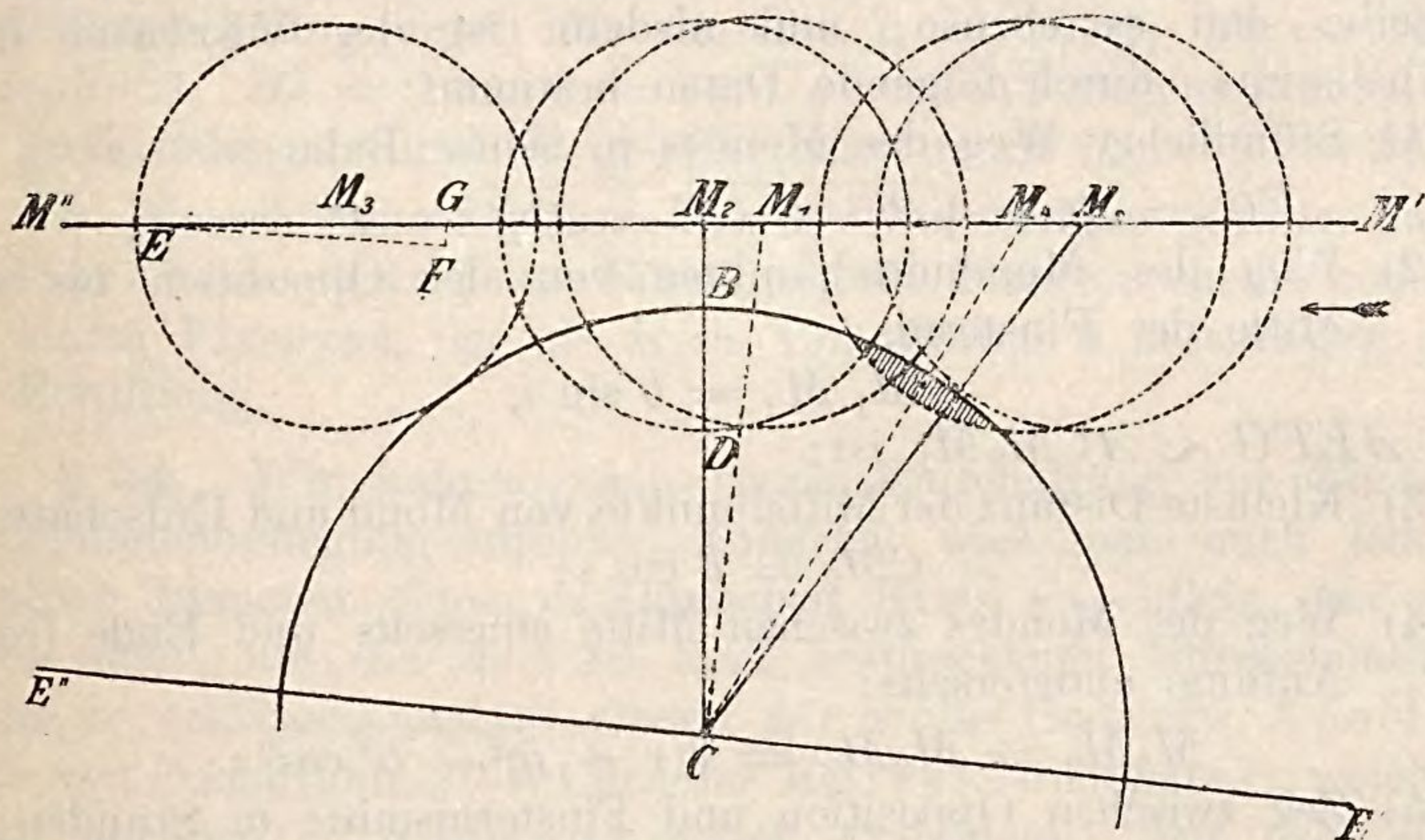


Fig. 30.

stehender Schnitt eben diesen Kegel durchschneidet. Der Beginn der Finsternis tritt ein, wenn der Mittelpunkt des in der Pfeilrichtung sich bewegenden Mondes bei M_0 angelangt ist; beide Kreise berühren sich von außen, und ein gleiches gilt für das Ende der Finsternis, wenn also das Mondzentrum in M_3 sich befindet. M_1 bedeutet den Ort des Mondmittelpunktes zur Zeit der Opposition, wenn also die Verbindungslinie CM_1 senkrecht zur — gradlinigen — Ekliptik geworden ist, und das Maximum der Finsternis entspricht deren Mitte, wenn also die Verbindungslinie CM_2 normal zur Mondbahn steht.

Man kann, den Gesetzen für relative Bewegung zufolge, den Erdschatten selbst als ruhend annehmen und dafür dem Monde selbst eine Bewegung erteilen — gleich der Differenz der Bewegungen von Mond und Sonne. Aus den Tafeln kann man die stündlichen Bewegungen Δl und Δb des Mondes in Länge und Breite entnehmen; die stündliche Bewegung der Sonne in Breite ist 0, in Länge $\Delta \lambda$ (im Mittel nach § 33 = $\frac{0,9860}{24}$), und so ist $(\Delta l - \Delta \lambda)$ die hier in Frage kommende Längenänderung. Machen wir irgendwo $EG = (\Delta l - \Delta \lambda) \sec i$ und ziehen EF parallel zu $E'E''$, so ist, unter i den Neigungswinkel der Mondbahn gegen die Ekliptik verstanden, wenn noch das Lot GF auf EF gefällt wird,

$$\tan i = \frac{FG}{EF} = \frac{\Delta b}{\Delta l - \Delta \lambda}.$$

Die Strecke $M_1 C = b$ ist gleichfalls aus der Tafel leicht zu erhalten, die Radien r und ϱ des Schattenkreises und der Mondscheibe sind es ebenso, und alsdann ist der Verlauf der Finsternis durch folgende Daten bestimmt:

- 1) Stündlicher Weg des Mondes in seiner Bahn:

$$EG = \Delta s = \sqrt{\Delta b^2 + (\Delta l - \Delta \lambda)^2} = \Delta b \operatorname{cosec} i;$$

- 2) Weg des Mondmittelpunktes von der Opposition bis zur Mitte der Finsternis:

$$M_1 M_2 = b \sin i,$$

da $\Delta EFG \sim \Delta CM_2 M_1$ ist;

- 3) Kleinste Distanz der Mittelpunkte von Mond und Erdschatten:

$$CM_2 = b \cos i;$$

- 4) Weg des Mondes zwischen Mitte einerseits und Ende (resp. Anfang) andererseits:

$$M_0 M_2 = M_2 M_3 = \sqrt{(r + \varrho)^2 - b^2 \cos^2 i};$$

- 5) Zeit zwischen Opposition und Finsternismitte in Stunden:

$$\frac{M_1 M_2}{\Delta s} = \frac{b \sin i}{\sqrt{\Delta b^2 + (\Delta l - \Delta \lambda)^2}};$$

- 6) Zeit von Beginn der Finsternis bis zur Mitte (halbe Finsternisdauer):

$$\frac{M_0 M_2}{\Delta s} = \frac{\sqrt{(r + \varrho)^2 - b^2 \cos^2 i}}{\Delta s};$$

- 7) Gröfse des zur Zeit der grössten Phase verfinsterten Teiles des Monddurchmessers (s. S. 74) in Zollen ($= \frac{1}{6} r$):

$$z = BD = M_2 D + r - M_2 C = \frac{6(r + \varrho - b \cos i)}{r};$$

- 8) Relation zwischen der Zeit t_1 der Finsternismitte und der Zeit t , in welcher die Verfinsterung gerade m zöllig geworden ist:

$$t = t_1 \pm \frac{M_2 M_4}{\Delta s} = t_1 \pm \frac{\sqrt{(r + \varrho - \frac{1}{6}mr)^2 - b^2 \cos^2 i}}{\Delta s};$$

- 9) Zeitpunkt T des Beginnes resp. Aufhörens der totalen Verfinsterung, sowie Zeitdauer T' dieser letzteren:

$$T = t_1 \mp \sqrt{\frac{(\varrho + r + b \cos i)(\varrho + r - b \cos i)}{\Delta b^2 + (\Delta l - \Delta \lambda)^2}},$$

$$T' = 2 \sqrt{\frac{(\varrho + r + b \cos i)(\varrho + r - b \cos i)}{\Delta b^2 + (\Delta l - \Delta \lambda)^2}}.$$

Beispiel. Thukydides erwähnt (lib. VII, cap. 50) einer Mondfinsternis, welche für das unter Nikias und Demosthenes vor Syrakus liegende athenische Heer verderblich wurde. Die Rückwärtsrechnung ergab für dieselbe $b = 1310$, $\Delta b = 186$, $\Delta l = 2021$, $\Delta \lambda = 148$, $r = 945$, $\varrho = 2512$ Bogensekunden*); wie groß müssen z und T' gewesen sein? ($z = 13,6$; $T' = 56^m$).

In die nämliche Kategorie wie die Finsternisse gehören auch die Sternbedeckungen. Eine meßbare Planetenscheibe kommt mit einem Fixsterne, der als Kreis vom Radius 0 aufzufassen ist, zur Berührung.

§ 54. Wir kehren nach dieser Einschaltung zur Theorie der Planetenbewegung zurück. Zunächst wies man auch jedem einzelnen Planeten einen exzentrischen Kreis an, allein das genügte nicht, um die in § 10 kurz besprochenen Unregelmäßigkeiten zu erklären, und so ersann der große Geometer Apollonius von Perga (um 220 v. Chr.) das Epizyklen-system, welches dann nachmals Ptolemäus weiter ausbildete. Auf dem Exzenter, welcher den Namen Deferenzkreis erhielt, bewegte sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit nicht der Planet selbst, sondern der geometrische Mittelpunkt eines zweiten Kreises, Epizykel oder Beikreis genannt, und dessen Peripherie durchlief erst der Planet, wiederum mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Genügte dieser erste Epizykel nicht, so ward er selbst zum Deferenten eines neuen Beikreises gemacht, u. s. w. Wie unter solchen Um-

Epizyken-
lehre.

*) Mit diesen Zahlen kann, da ja für sehr kleine Winkel Bogen und Sehne vertauschbar sind, wie mit den Maßzahlen gradliniger Strecken gerechnet werden.

ständen das scheinbare Stehenbleiben, das Rückläufigwerden und zumal die Schleifenbildung als etwas notwendiges sich herausstellen, ersieht man aus Fig. 31.

Darin ist E der Mittelpunkt des Deferenten, c der momentane Mittelpunkt des Epizykels, und der Planet möge sich auf diesem in a , also in der Verlängerung des Radius Ec , befinden. Nun mache man auf dem Umfange des Deferenzkreises

$$\text{arc } c1 = \text{arc } 12 = \text{arc } 23 = \text{arc } 34 = \text{arc } 45 = \text{arc } 56$$

und denke sich die Bewegung des Planeten in der Weise reguliert, daß, wenn der Mittelpunkt des Beikreises den ganzen Bogen $c6$ durchwandert hat, der Planet selbst wieder in ganz die gleiche Stellung zu den beiden Zentren gekommen ist, welche er zuerst innehatte. Um die erforderliche Anzahl von Zwischenstationen zu erhalten, ziehe man nach den Teilpunkten die Radien und mache auf deren Verlängerungen bezüglich $Ea = Ea_1 = Ea_2 = Ea_3 = Ea_4 = Ea_5 = Ea_6$. Dann mache man, wenn u den Umfang des Epizykels bedeutet,

$$\text{arc } a_1\alpha = \frac{u}{6}, \text{ arc } a_2\beta = \frac{2u}{6}, \text{ arc } a_3\gamma = \frac{3u}{6}, \text{ arc } a_4\delta = \frac{4u}{6},$$

$$\text{arc } a_5\varepsilon = \frac{5u}{6}, \text{ arc } a_6a_6 = u$$

und verbinde die Punkte $a, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, a_6$ in dieser Reihenfolge durch einen Kurvenzug. Dies ist die wirkliche Bahn des

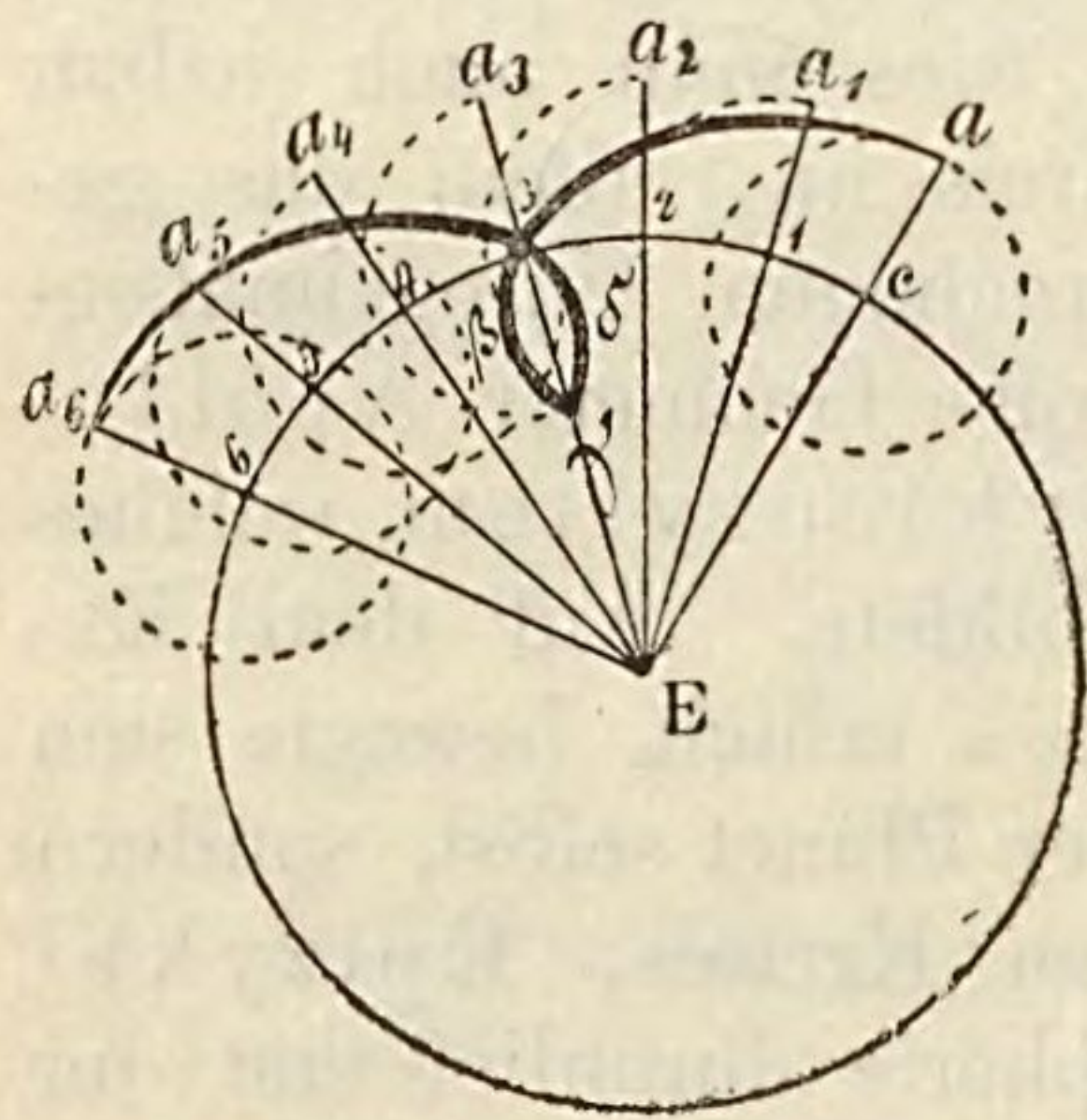


Fig. 31.

Planeten im ptolemäischen Sinne, eine sogenannte Epizykloide. Der Planet bewegt sich von a bis etwa β rechtläufig, wird dann stationär, legt den Weg $\beta\gamma\delta$ in rückläufiger Bewegung zurück, scheint bei δ wieder einige Zeit ruhig stehen zu bleiben und geht dann wieder rechtläufig gegen a_6 hin weiter.

Obwohl wir diese Erklärung an sich nicht mehr für die richtige halten, müssen wir doch anerkennen, daß sie die Erscheinungen ganz korrekt erklärt.

Jede noch so verwickelte Bewegung kann eben, wie Möbius gezeigt hat, durch Häufung von Epizykeln mit jeder irgend erwünschten Genauigkeit dargestellt werden.

Ptolemäisches Welt-system.

§ 55. Nachdem der mehrfach erwähnte Alexandriner Ptolemäus die Bewegung von Sonne, Mond und Planeten in der uns jetzt

bekannten Weise auf mathematische Normen zurückgeführt und die Möglichkeit angebahnt hatte, künftige Konstellationen vorausberechnen und in astronomischen Tafeln zusammenstellen zu können, trat noch die Aufforderung an ihn heran, seine Ergebnisse zu einem einheitlichen Weltbilde zusammenzufassen. Dies geschah in seinem *Almagest*; hier findet man das ptolemäische Weltsystem vor, welches auf dem geozentrischen Standpunkte basiert.

Die sicht- und erkennbare Welt ist abgeschlossen durch eine Kugelfläche von unberechenbar großem Radius, an deren Innenfläche die Fixsterne sich befinden, während im Zentrum die Erdkugel steht. Diese Fixsternsphäre (*octava sphaera*) dreht sich mit allem, was zwischen ihr und der unbeweglichen Erde enthalten ist, in 24 Stunden um die Weltachse, hat aber daneben noch ihre besondere Präzessionsbewegung (s. S. 71). Die anderen, d. h. die mit selbständiger Bewegung begabten Gestirne folgen sich, von der Erde aus gerechnet, in nachstehender Reihe: Mond, Merkur, Venus, Sonne, Mars, Juppiter, Saturn. Als Bahnzentrum gilt nicht der Erdmittelpunkt selbst, sondern für jeden Planeten sein eigenes, von der Erde niemals sehr weit entferntes *Punctum aequans* (s. S. 70).

Die Reihenfolge wurde auf grund der Länge der Umlaufzeiten gebildet. Es ergab sich auch so von selbst der uns (s. § 18) bereits bekannte Gegensatz zwischen oberen und unteren Planeten. Ptolemäus bewies auch, daß die Venus, wie dies schon Pythagoras erkannt hatte, entweder als Morgenstern den baldigen Aufgang der Sonne ankündigt oder als Abendstern nach dem Untergange jener noch kurze Zeit am Westhimmel leuchtet.

§ 56. Das ptolemäische Weltsystem blieb 1400 Jahre in ungebrochener Achtung und fand nur gelegentlichen Widerspruch. Das von Heraklides Ponticus begründete, fälschlich als das ägyptische bezeichnete System nahm an, daß Merkur und Venus die Sonne und erst als deren Trabanten die Erde umkreisten, und das sogenannte tychonische System war nur eine Vervollständigung dieser Auffassung. Der große dänische Astronom Tycho Brahe nämlich (1546—1601) teilte sämtliche Planeten, den Mond natürlich ausgenommen, der Sonne als Begleiter zu, behielt aber im übrigen die absolute Ruhe der Erde bei. Um die Erscheinungen der täglichen Bewegung ungezwungener erklären zu können,

Reform-
versuche.

nahmen Reimarus Ursus und Longomontanus, während sie sonst ganz auf Brahes Standpunkt stehen blieben, wenigstens die Achsendrehung der Erdkugel an.

Man stelle die kosmischen Systeme des Ptolemäus, Heraklides und Tycho Brahe graphisch dar!

Achstes Kapitel.

Vertauschung des geozentrischen Standpunktes mit dem heliozentrischen; Reform von Copernicus und Kepler.

Fundamentalsätze der copernicanischen Weltordnung.

§ 57. Nachdem schon Aristarch von Samos (s. § 43) eine doppelte Erdbewegung für wahrscheinlich erklärt hatte, sprachen sich im Mittelalter der Inder Aryabhatta (VII. Jahrhundert) und der deutsche Kardinal Nikolaus von Cusa (XV. Jahrhundert) wenigstens für eine rotatorische Bewegung aus. Aber erst Nikolaus Copernicus*) (1473—1543) vernichtete in dem in seinem Todesjahre erschienenen berühmten Werke „De revolutionibus orbium coelestium“ die ptolemäische Lehre endgiltig, indem er folgende beide Sätze aufstellte:

I. Die scheinbare tägliche Bewegung der Himmelskörper erklärt sich durch eine gleichförmige, 24 Stunden beanspruchende Drehung der Erdkugel um eine mit ihr fest verbundene, mit der Himmelsachse der Lage nach zusammenfallende Achse in der Richtung von West nach Ost.

II. Sämtliche Erscheinungen der planetarischen Bewegung sind durch die Annahme zu erklären, dass der Mittelpunkt sämtlicher Bahnen nicht die Erde, sondern die Sonne ist.

Nur deshalb erscheinen uns einzelne Bewegungen so verwickelt, weil wir dieselben von der selbst bewegten Erde aus betrachten. Die Schwierigkeiten schwinden, sobald, im Sinne des

*) Copernicus war, obgleich aus der damals zum Königreiche Polen gehörigen Stadt Thorn gebürtig, doch ein ganzer Deutscher und fühlte sich auch stets als solcher. Der Ruhm seiner großen Neuerung gebührt ihm allein, mögen auch seine persönlichen Beziehungen zu den Italienern Domenico Maria und Calcagnini ihm zuerst den Reformgedanken nahe gelegt haben.

Copernicus, der geozentrische Standpunkt mit dem heliozentrischen vertauscht wird.

§ 58. Direkte Beweise für seine Sätze vermochte Copernicus noch nicht beizubringen, sondern nur Wahrscheinlichkeitsgründe; erstere blieben einer späteren Zeit vorbehalten. Was den ersten Satz anlangt, so erscheint es, nachdem in Gemäßheit von Kap. VI die wahren Größenverhältnisse im Weltall genauer bekannt geworden sind, jedenfalls ungleich plausibler, sich die kleine Erde als das ungeheure Universum im Zustande stetiger Drehbewegung vorzustellen. Natürlich nimmt auch die Erdatmosphäre mit allem, was sich in ihr befindet, an dieser Drehung teil. Wie grosse Vorzüge ferner die heliozentrische Erklärung der planetarischen Unregelmäßigkeiten der epizyklischen gegenüber darbietet, lehrt folgende Vergleichung.

Erklärung
der Erscheinungen im
copernicanischen System.

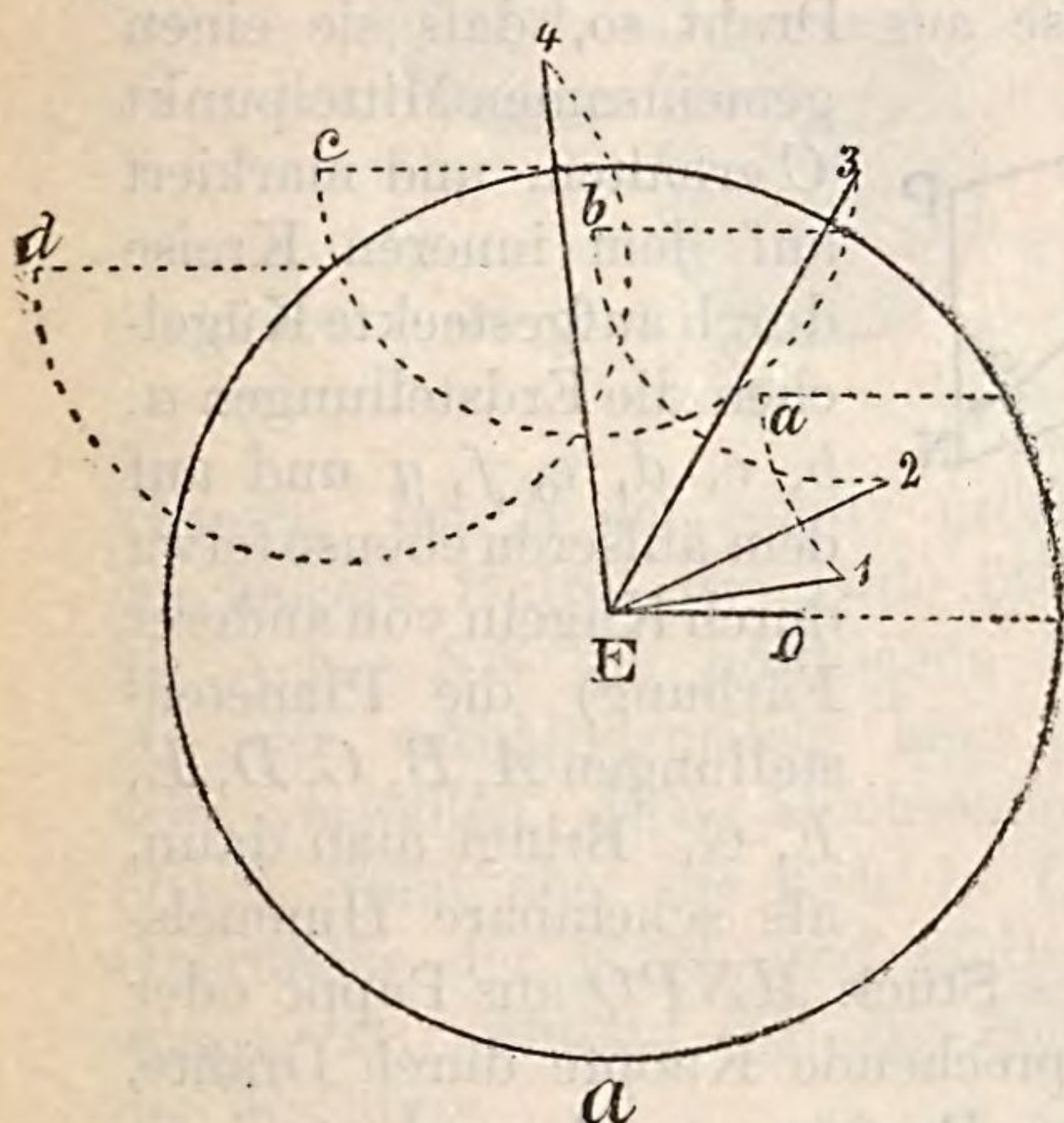


Fig. 32 a.

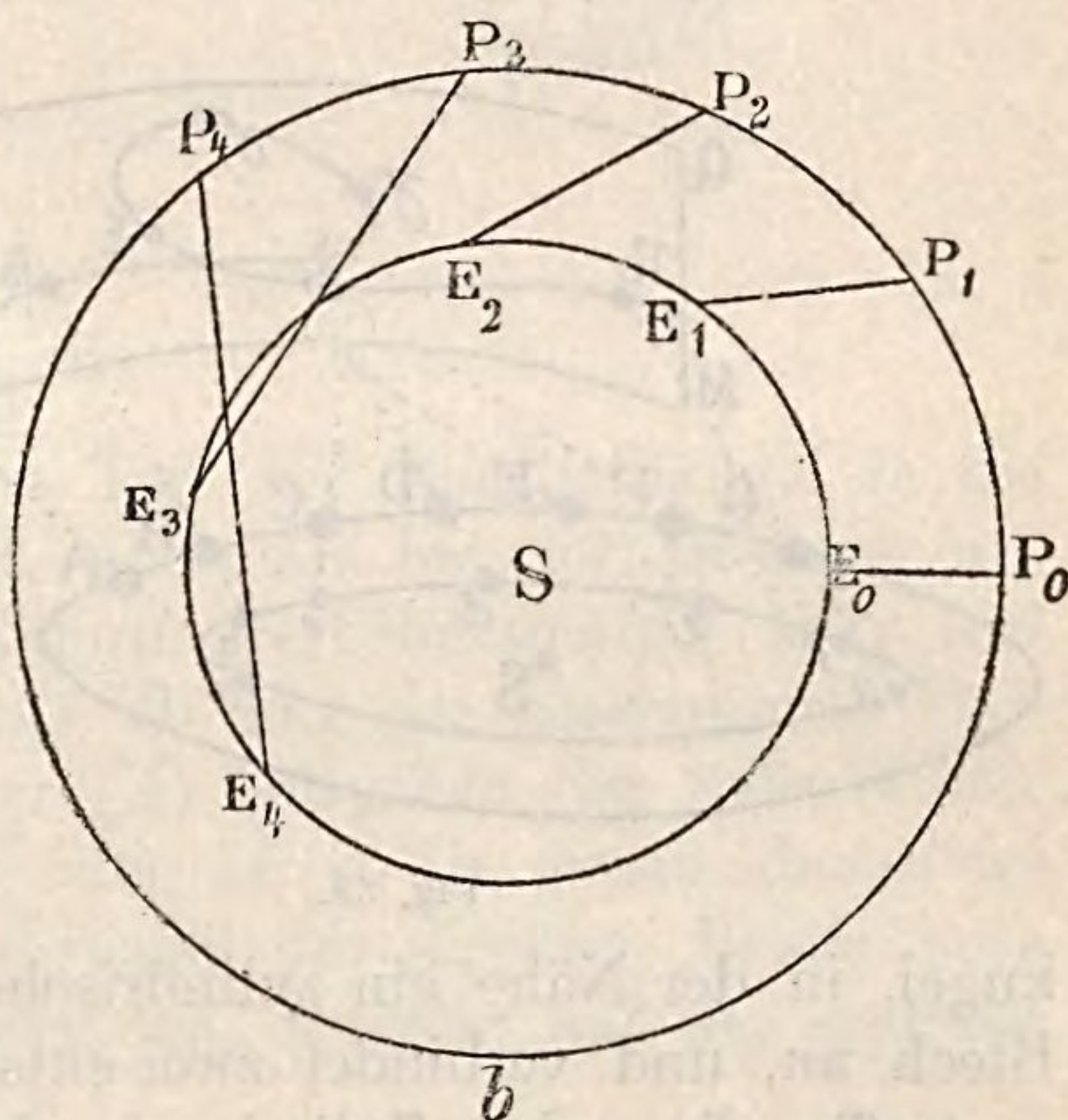


Fig. 32 b.

Fig. 32 a stellt uns die betreffs des Planetenlaufes gemachten Erfahrungen nach ptolemäischen, Fig. 32 b nach copernicanischen Grundsätzen vor Augen. E sei die Erde, und die von ihr nach fünf verschiedenen Punkten der Planetenbahn gezogenen Graden seien E_0, E_1, E_2, E_3, E_4 ; man erkennt, daß der Planet in diese Stellungen gelangt ist, nachdem er auf seinem Epizykel resp. die Bogen $0, 1a, 2b = 2 \cdot 1a, 3c = 3 \cdot 1a, 4d = 4 \cdot 1a$ zurückgelegt hat. Andererseits sei S der gemeinsame Mittelpunkt der (kleineren) Erdbahn und der Planetenbahn. Sind dann E_0, E_1, E_2, E_3, E_4 fünf Positionen auf ersterer, so

kann man offenbar auf der Peripherie des größeren Kreises fünf Punkte P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 so ausmitteln, daß die Verbindungslinien zu den früheren gleich und parallel werden, daß im einzelnen

$$E_0 \# E_0 P_0, E_1 \# E_1 P_1, E_2 \# E_2 P_2, E_3 \# E_3 P_3, \\ E_4 \# E_4 P_4$$

wird. Geometrisch betrachtet, sind beide Auffassungen gleichberechtigt, aber was in einem Falle durch ein wenig natürliche Konstruktion erhalten wird, ergibt sich im anderen ganz von selbst, oder mit anderen Worten:

Die heliozentrische Theorie interpretiert die Erscheinungen ebensogut, aber zugleich weit einfacher, als die geozentrische.

Besonders deutlich läßt sich das am Modelle demonstrieren. Man befestigt (Fig. 33) zwei Kreise aus Draht so, daß sie einen

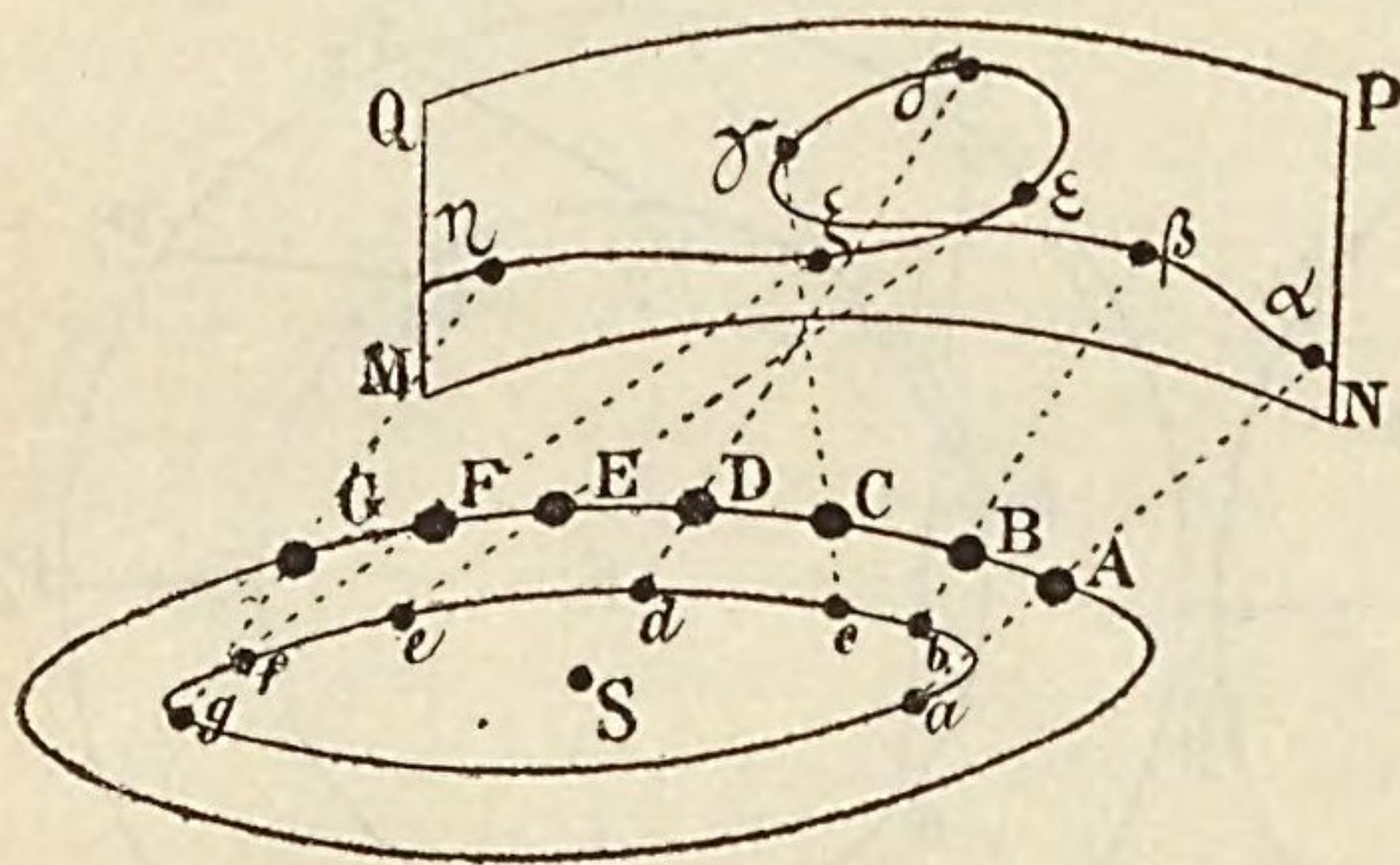


Fig. 33.

gemeinsamen Mittelpunkt C erhalten, und markiert auf dem inneren Kreise durch aufgesteckte Kügelchen die Erdstellungen α, b, c, d, e, f, g und auf dem äußeren ebenso (etwa durch Kugeln von anderer Färbung) die Planetenstellungen A, B, C, D, E, F, G . Bringt man dann, als scheinbare Himmels-

kugel, in der Nähe ein zylindrisches Stück $MNPQ$ aus Pappe oder Blech an, und verbindet zwei entsprechende Knöpfe durch Drähte, so treffen diese den Zylinder in den Punkten $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta$, und ein durch sie hindurchgelegter Kurvenzug erscheint, bei geeigneter Wahl der Anfangsstellungen, als die für gewisse Anomalien der Planetenbewegung charakteristische Schleifenlinie $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta$.

Jahres-
zeiten.

§ 59. Auf das einfachste erklärt sich im copernicanischen Systeme der Wechsel der Jahreszeiten. Es wird dabei nur vorausgesetzt, daß die Umdrehungsachse der Erde, während letztere sich um die Sonne bewegt, immer parallel verbleibt, d. h. die Mantelfläche eines geschlossenen Zylinders beschreibt.

Dies vorausgesetzt, sei Σ (Fig. 34) die Sonne; durch A, B, C, D mögen die Stellungen gekennzeichnet sein, welche der Mit-

telpunkt der Erde jeweils am längsten und kürzesten Tage, sowie an den beiden Aequinoktialtagen einnimmt. AB und CD durchschneiden sich in Σ unter rechten Winkeln; SN stellt in jedem Falle die — stets gleichgerichtete — Erdachse vor. Die Schattengrenze ist sehr nahe (warum nicht ganz genau?) ein grösster Kreis der Erdkugel, welcher sich bei unserer Zeichnung für die Stellungen A und B als ein auf AB normaler Kreisdurchmesser projiziert. Ein Blick auf die Figur zeigt, daß bei A der relativ

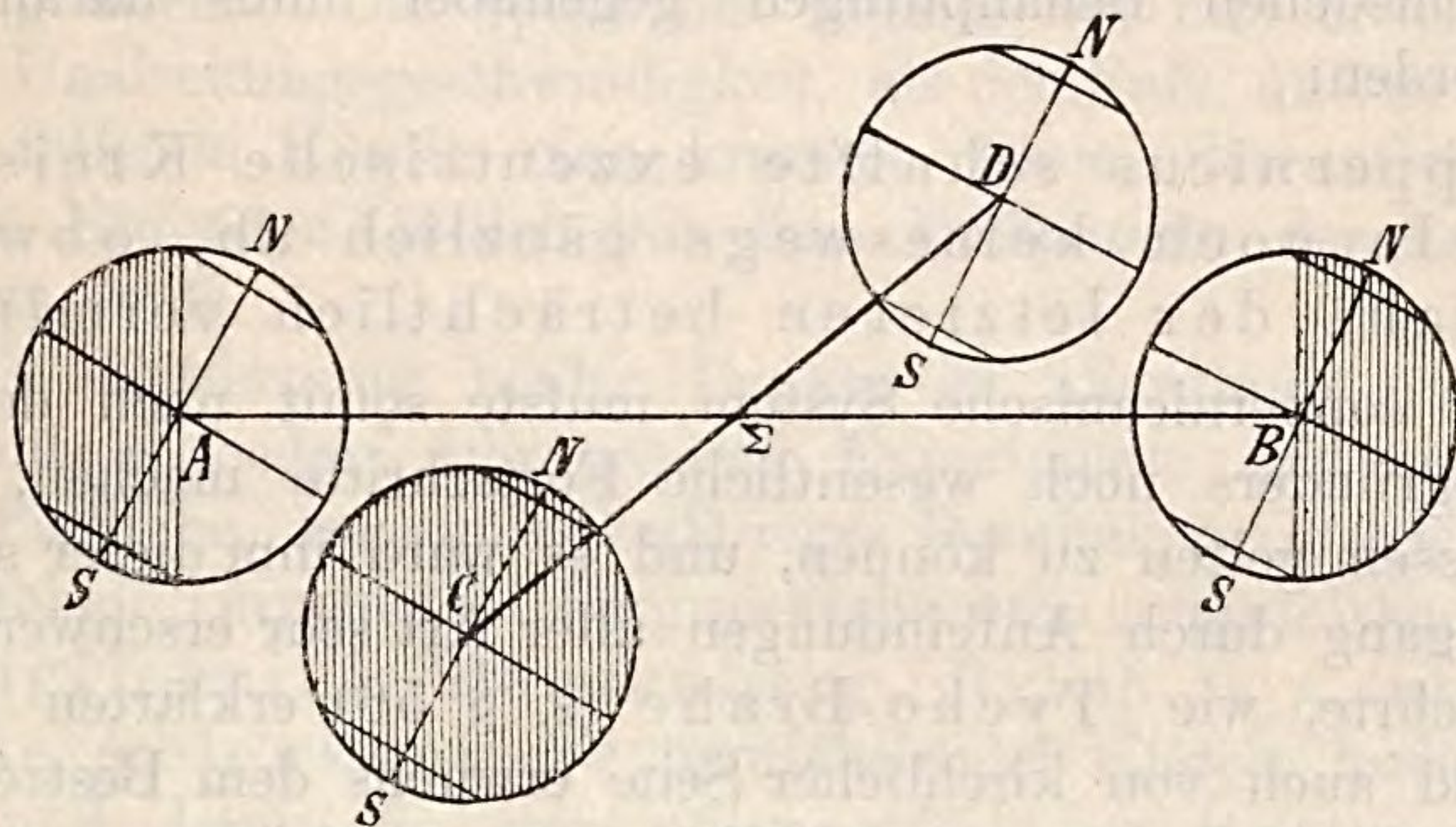


Fig. 34.

kleinste, bei B der relativ grösste Teil der Nordhalbkugel in die beschattete Hälfte der Erde fällt, und daß bei der Drehung um die Achse SN die nördlichen Erdorte verhältnismässig kurz (bei A) oder verhältnismässig lang (bei B) auf der beschatteten Erde-seite verweilen. Dem Hochsommer (A) entspricht der tiefe Winter (B).*) Steht aber die Erde in C oder D , so ist genau ebensoviel Oberfläche der Nord- und Südhalbkugel der direkten Bestrahlung ausgesetzt; während die eine Herbst hat, herrscht auf der anderen der Frühling.

Man unterscheidet die meteorologischen oder bürgerlichen Jahreszeiten von den astronomischen. Die Anfangstage der ersteren sind resp. der 1. März, 1. Juni, 1. September und 1. Dezember, die der letzteren der 21. März, 21. Juni, 23. September und 21. Dezember (s. § 7).

§ 60. Die Aufeinanderfolge der Planeten ist im copernicanischen Systeme die gleiche, wie im ptolemäischen, nur haben

Aufnahme
des copernicanischen
Systemes.

*) Die Figur zeigt auch, daß am längsten Tage für eine gewisse Polarkalotte die Sonne nicht unter- und daß ebenso am kürzesten Tage für diese Kalotte die Sonne gar nicht aufgeht.

natürlich Sonne und Erde (mit Mond) ihre Plätze gewechselt. Die Begriffe Apo- und Perigäum behalten nur noch für den Mond ihre frühere Bedeutung bei; betreffs der übrigen Wandelsterne treten an ihre Stelle die Begriffe Aphelium (Sonnenferne) und Perihelium (Sonnennähe). Im übrigen behielt Copernicus noch viel vom Rüstzeuge des Ptolemäus bei, schon um die Verschiedenheit des Sonnen- und Monddurchmessers zu verschiedenen Zeiten erklären zu können. Vielfach zu hörenden verschiedenen Behauptungen gegenüber muß daran festgehalten werden:

Copernicus schaffte exzentrische Kreise und Epizykeln noch keineswegs gänzlich ab, obwohl er die Anzahl der letzteren beträchtlich verminderte.

Das copernicanische System mußte somit nach dem Tode seines Begründers noch wesentliche Fortschritte machen, um als abgeschlossen gelten zu können, und es ward ihm dieser sein Entwicklungsgang durch Anfeindungen aller Art sehr erschwert. Namhafte Gelehrte, wie Tycho Brahe (s. § 56) erklärten sich dagegen, und auch von kirchlicher Seite erwuchs dem Bestreben, die Erde aus ihrer bevorzugten Stellung zu verdrängen, vielseitige Gegnerschaft. Die größten Verdienste um die Fortbildung der copernicanischen Lehre erwarben sich Johannes Kepler (1571—1631) und Galileo Galilei (1564—1642), welcher letzterer durch seinen — eben durch astronomische Streitigkeiten hervorgerufenen — tragischen Konflikt mit der römischen Inquisition (1633) besonders berühmt geworden ist. Wir werden jetzt die neuen Belege, welche im Laufe der Zeit für die Lehre von der doppelten Bewegung der Erde aufgefunden wurden, nach einander besprechen, indem wir zunächst die Achsendrehung und sodann den Umlauf um die Sonne ins Auge fassen.

Gründe für
die Rotation.

§ 61. Von wissenschaftlichem Gewichte sind nur zwei Komplexe von Erscheinungen. Der erste derselben gruppiert sich um die Thatsache, daß freifallende Körper eine Ablenkung von der Lotlinie erfahren; für den anderen ist maßgebend der Umstand, daß horizontal bewegte Körper einer stetigen Richtungsveränderung unterworfen sind.

I. Die Fallversuche. Die Gegner des Copernicus glaubten ein sehr einleuchtendes Argument geltend zu machen, indem sie behaupteten, ein von der Spitze eines Turmes herabfallender Stein müsse, wenn der Erde wirklich eine Achsendrehung

zukomme, westlich (hinten) vom Fusse des Turmes niederfallen, weil die Erde sich unter dem fallenden Körper fortgedreht habe. Umgekehrt schlossen Galilei und, weit bestimmter, Newton, aus einer schärferen Analyse der hier vorkommenden Bewegungsvorgänge, daß der Stein östlich, d. h. vor dem Fusspunkte der ursprünglichen Vertikalen den Boden erreichen werde. Der fallende Körper wird von zwei Impulsen beeinflusst: von demjenigen der Schwerkraft und von demjenigen, den ihm die Erdbewegung erteilt. Die Spitze des Turmes hat nun ersichtlich eine grössere Umdrehungsgeschwindigkeit, als der Fuß, und es beschreibt so der fallende Körper eine krumme Linie, deren Schnittpunkt mit dem Erdboden östlich von dem Fusspunkte der Lotlinie gelegen sein muß.

Die Entfernung beider Punkte ist allerdings nur eine geringe, und es bedarf sehr genauer Experimente und einer bedeutenden Fallhöhe, um ein zuverlässiges Resultat zu erzielen. Durch die in hohen Türmen und Bergwerkschachten angestellten Versuche von Guglielmini, Benzenberg, Reich u. a. ist aber die östliche Ablenkung frei herabfallender Kugeln ausser Zweifel gesetzt und damit der erste sinnenfällige Beweis für die Erdumdrehung erbracht worden.

II. Die Deviation horizontal bewegter Körper. Wenn die Erde sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit um ihre Achse dreht, so ist die notwendige Konsequenz dieser Drehung die folgende: Jeder in einer horizontalen Ebene sich bewegende Körper erleidet eine Azimutalablenkung, und zwar auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links. Wir beweisen zunächst diesen Lehrsatz, sehen dann zu, ob uns auf der Erde Deviationserscheinungen der bezeichneten Art vorkommen, die wir anders nicht zu erklären vermögen, und kehren dann unseren obigen Satz um. Aus der durch die Erfahrung gelehrtten Ablenkung erhellt, daß eine ablenkende Ursache vorhanden sein muß, und diese kann keine andere sein, als die Erdrotation.

Es sei A (Fig. 35a) ein materieller Punkt der Erdoberfläche, der, wenn kein anderer Antrieb auf ihn wirkte, in der Zeiteinheit von der Erdrotation durch den Weg AB hindurchgeführt werden würde. Thatsächlich wirkt auf ihn aber eine Kraft, vermöge deren er in gleicher Zeit den Weg AD (horizontal) zurücklegte. Thatsächlich also durchläuft der Punkt die Diagonale AC des Parallelogrammes $ABCD$, und es tritt die erwähnte Azimutalablenkung

ein; um deren Gröfse zu finden, legen wir in A und B Tangenten an die Erdmeridiane, und diese Tangenten begegnen sich in dem der verlängerten Erdachse angehörenden Punkte N . Wenn $\sphericalangle NAD = \alpha$ gesetzt wird, so war das ursprüngliche Azimut der Graden

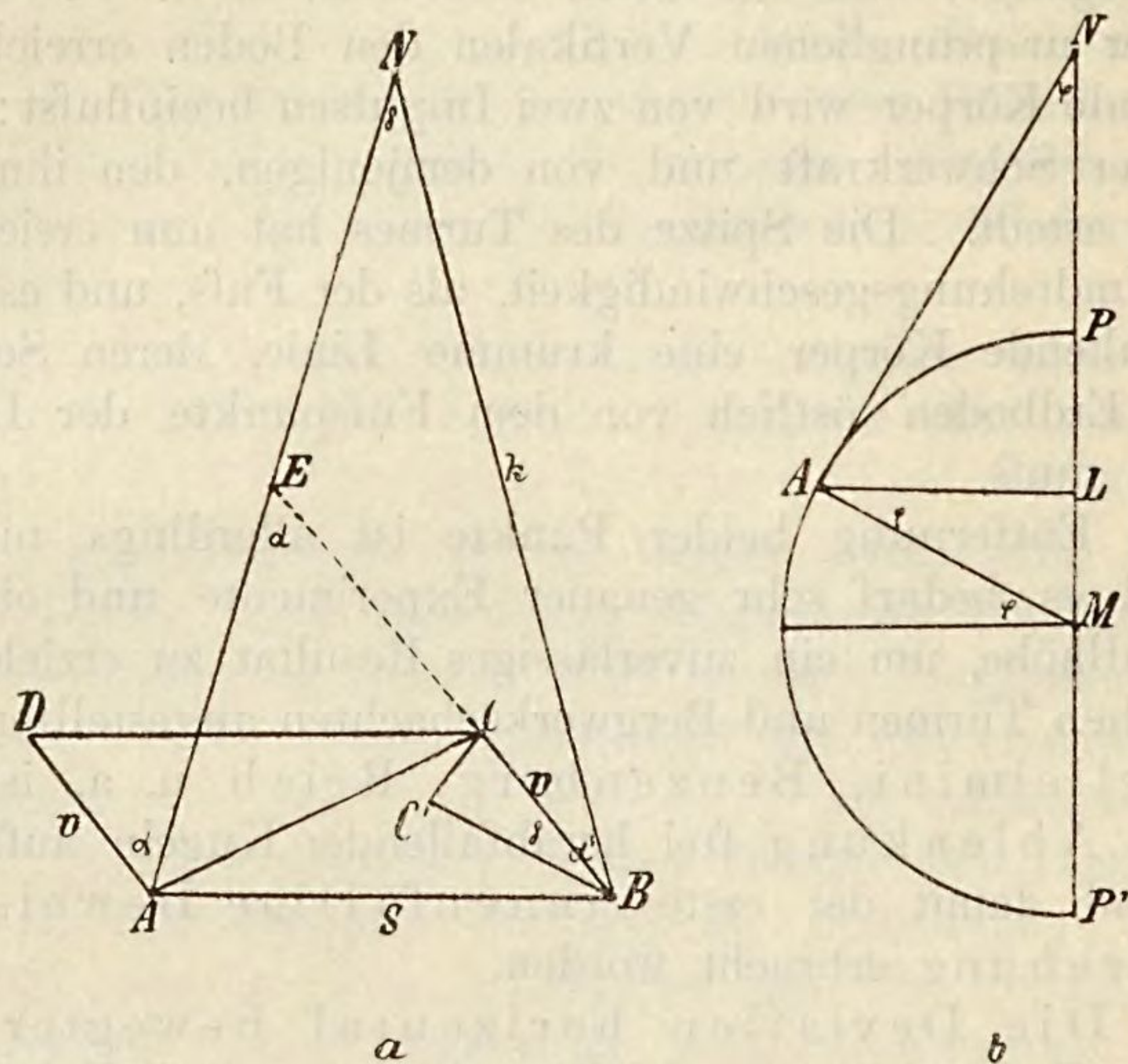


Fig. 35.

$AD = 180^\circ - \alpha$, (s. § 13); ist ferner $\sphericalangle NBC = \alpha'$, so ist das Azimut von $BC = 180^\circ - \alpha'$, und die Azimutalablenkung selbst ist

$$\delta = 180^\circ - \alpha' - 180^\circ + \alpha = \alpha - \alpha'.$$

Die verlängerte BC schneidet AN in E , dann ist offenbar $\sphericalangle AEB = \alpha$ und $\sphericalangle BNE = \alpha - \alpha' = \delta$. Würde man in der Horizontalebene an BN in B den $\sphericalangle NBC' = \alpha$ anlegen, so wäre $\sphericalangle CBC' = \delta$, und wenn noch $BC' = BC = AD$ gemacht und CC' gezogen wird, so gibt $CC' = \sigma$ den Betrag der linearen Ablenkung an, welche der bewegte Punkt erfahren hat. Dafs dieselbe eine rechtsseitige ist, geht unmittelbar aus der Figur hervor. Um σ zu finden, setzen wir $AD = v$, den der Zeiteinheit entsprechenden Rotationsweg $AB = s$ und $AN = BN = k$; da alsdann die gleichschenkligen Dreiecke ABN und $CC'B$ einander ähnlich sind, so haben wir die Proportion $\sigma : s = v : k$ und $\sigma = \frac{sv}{k}$.

Die Gröfsen k und s entnehmen wir der Fig. 35 b, in welcher M den Mittelpunkt, PP' die Drehungsachse, MA den Halbmesser r

der Erde bedeutet; PAP' endlich ist der Meridian des Punktes A (Fig. 35a). Man ziehe AM und errichte in A auf AM ein Lot, das die verlängerte PP' in N trifft; dann ist AN unser $k = r \cotang \varphi$, unter $\varphi = \sphericalangle LAM = \sphericalangle ANM$ die Breite von A verstanden. Steht ferner AL senkrecht auf PP' , so ist $AL = r \cos \varphi$, und sobald noch ω die Winkelgeschwindigkeit der Erde bedeutet, wird $s = AL \cdot \omega = \omega r \cos \varphi$. Ein Sterntag (s. § 21) hat 86164 Sekunden; es ist somit

$$\sigma = \frac{vs}{k} = \frac{v \omega r \cos \varphi \tan \varphi}{r} = \omega v \sin \varphi = \frac{2\pi v \sin \varphi}{86164} \\ = \frac{\pi v \sin \varphi}{43082}.$$

Dies ist die Deviation in der Zeiteinheit; handelt es sich um längere Zeiten, so ist die Ablenkung nach den für die gleichförmig beschleunigte Bewegung giltigen Formeln zu berechnen.

Besonders bemerkenswert erscheint die aus der Schlüsformel sich ergebende Erkenntnis*):

Die Gröfse der Azimutalablenkung ist vom Azimut der ursprünglichen Bewegungsrichtung unabhängig.

Nachdem also die Beziehung zwischen Erdumdrehung und Deviation mathematisch festgestellt ist, fassen wir die hier in betracht kommenden Bewegungsvorgänge näher ins Auge. Bei Schiefsversuchen auf grofse Entfernungen — und ein modernes Artilleriegeschofs trägt 10 km weit — ist eine Rechtsabweichung der Projektile deutlich wahrgenommen worden. Auch will man bemerkt haben, dafs in Europa und Nordamerika die Eisenbahnzüge stets nach rechts drängen und mit ihren Radkränzen die rechtsseitige Schienenreihe stärker angreifen, als die linksseitige. Endlich scheint die Behauptung des deutschrussischen Naturforschers v. Baer, dafs die Flüsse ihr rechtes Ufer stets energischer als das linke erodieren und abspülen, nach neueren Untersuchungen in der That in vielen Fällen zuzutreffen.

Eine sehr wichtige Bestätigung wird ferner durch die Physik der Atmosphäre geliefert. Wie bei einer tropfbaren Flüssigkeit, so gilt auch bei einem Gase die Regel, dafs wenn sich im Inneren desselben Druckunterschiede herausbilden, eine Strömung

*) Schärfere Prüfung des Vorganges an der Hand der höheren Mathematik zeigt allerdings, dafs der für σ erhaltene Ausdruck nur ein angenähert richtiger ist.

von den Punkten stärkeren nach denen minder starken Druckes hin stattfindet. Nun besagt aber das für die Luftbewegung der tieferen atmosphärischen Schichten maßgebende Gesetz von Buys Ballot folgendes: Der Wind weht stets von der Gegend stärksten Luftdruckes — barometrisches Maximum — nach derjenigen geringsten Luftdruckes — barometrisches Minimum — hin, die Bewegung der Luft ist aber keine gradlinige, sondern infolge stetiger Ablenkung — auf der Nordhalbkugel nach rechts, auf der Südhalbkugel nach links — eine spiralige, so daß die Windrichtungen nicht gegen den Minimalpunkt hin konvergieren können. — Auch die im Atlantischen und Großen Ozean regelmäßig wehenden Passatwinde sind eine Folge der Erdumdrehung. Über dem Äquator steigt die erhitzte Luft auf, um gegen die Pole hin abzufließen, und in den so entstandenen Hohlraum werden von beiden Seiten kältere Luftmassen eingesaugt. Auf einer ruhenden Erde würde demnach der Unterpassat stets von den Polen gegen den Äquator, der Oberpassat in der umgekehrten Richtung wehen. Die aus der Erdumdrehung entspringende Ablenkung bewirkt dagegen, daß auf der Nordhalbkugel der Oberpassat aus Südost, der Unterpassat aus Nordwest, auf der Südhalbkugel ersterer aus Nordost, letzterer aus Südwest weht.

Das weitaus wichtigste, zumal auch zu den Sinnen in noch viel überzeugenderer Weise, als es bei den Fallversuchen der Fall war, sprechende Beweismittel für die Existenz der Achsendrehung ist der Foucaultsche Pendelversuch*). Wenn man ein langes und vor Luftströmungen völlig geschütztes Pendel schwingen läßt, so bemerkt man nach einiger Zeit, daß dessen Schwingungsebene nicht immer dieselbe bleibt, sondern in immer neue Lagen übergeht, und da für diese Drehung der Schwingungsebene nirgendwo ein Anlaß vorliegt, so kann als Ursache derselben einzig die Umdrehung der Erde angesehen werden. Dem Auge wird die Thatsache am besten dadurch erkennbar gemacht, daß man um den durch die Ruhelage des Pendels gegebenen Punkt des Fußbodens als Mittelpunkt eine kreisförmige Erhöhung aus Sand oder anderem leicht beweglichen Stoffe anbringt; eine an

*) Der wohl auch früher schon mehrfach angestellte Versuch wurde mit wissenschaftlicher Bestimmtheit zuerst 1851 von dem Pariser Akademiker Foucault beschrieben.

der Pendelkugel angebrachte Spitze kämmt dann diesen Wall derart ab, daß nach einer gewissen Zeit nichts mehr davon vorhanden ist, und während dieser Zeit hat mithin die Schwingungsebene eine volle Umdrehung um eine mit der Ruhelage des Senkels zusammenfallende Achse gemacht.

Weihrauch hat dargethan, daß die uns bereits bekannte Deviationsformel für horizontale Bewegungen auch für das Foucaultsche Pendel gilt. Danach läßt sich folgendes Gesetz formulieren (φ geographische Breite):

Die Zeit, welche das Pendel braucht, um nach und nach in sämtlichen Vertikalebene zu schwingen, ist gleich $(24 : \sin \varphi)$ Stunden.

Beispiele. Wie lange Zeit braucht das Pendel unter dem Pole und Äquator, damit seine Schwingungsebene sich um 360° drehe? (24^h ; unendlich lang). — Wie groß ist die stündliche Drehung der Schwingungsebene in Wien ($\varphi = 48^\circ 12' 34''$) und Cayenne ($\varphi = 4^\circ 56' 28''$), und wie viel Zeit wird an beiden Orten zu einer ganzen Umdrehung erfordert? ($11^\circ 11'$ und $1^\circ 17' 30''$; resp. $32^h 11^m 24^s$ und $278^h 38^m 34^s$).

§ 62. Für den Jahresumlauf der Erde um die Sonne sind Gründe für die jährliche Bewegung. späterhin ebenfalls gewichtige Beweise gefunden worden, die hier ihre Stelle finden sollen.

I. Die Phasen der unteren Planeten. Der Umstand, daß vor Erfindung stärkerer Fernrohre, welche die Sterne sehr wohl auch bei Tage zu sehen gestatten, Venus und Merkur niemals bei ihrem Durchgange durch den Meridian gesehen wurden, ließ manche Astronomen an der Richtigkeit des ptolemäischen Systemes zweifeln (s. S. 77), allein, wenn Copernicus das Richtige getroffen hatte, so mußten Venus und Merkur, ganz ebenso wie unser Erdmond, abwechselnde Lichtgestalten oder Phasen aufweisen, und diese hatte damals noch niemand bemerkt. Sobald aber Galilei 1610 sein noch schwach vergrößern- des Fernrohr nach der Venus gerichtet hatte, erkannte er diese Phasen, die man nachmals auch beim Merkur und — in schwächerem Grade — beim Mars wahrnahm. Galilei bezeichnete seine Entdeckung sofort als ein wichtiges Argument zu gunsten der copernicanischen Weltordnung, doch ist nicht zu leugnen, daß auch das ägyptische System (s. § 54) allenfalls eine Erklärung der planetarischen Lichtgestalten zu liefern vermag.

II. Die jährliche Fixsternparallaxe. Gegen die

wohlbegründete Einrede, warum sich denn die Bewegung der Erde nicht in einer Ortsveränderung der Fixsterne zu erkennen gäbe, wußte sich Copernicus nur zu retten, indem er den parallaktischen Winkel als unmeßbar klein bezeichnete. Nachdem (s. § 44) diese Prophezeiung sich insofern bestätigt hatte, als diese Parallaxe zwar als äußerst klein, aber doch den verfeinerten Methoden der Neuzeit gegenüber als erkennbar sich herausstellte, darf das Vorhandensein dieses Winkels als das zwingendste aller Argumente für den zweiten Satz des Copernicus angesehen werden.

III. Die Aberration des Lichtes. Während um die Mitte des XVIII. Jahrhunderts Bradley nach der Parallaxe der Fixsterne vergebens suchte, gelang ihm wider Vermuten eine andere wichtige Entdeckung. Der Stern γ Draconis nämlich, den er am Zenitsektor (s. § 5) beobachtete, beschrieb dem Anscheine nach am Himmel eine kleine Ellipse, und damit schien eben die von der Theorie geforderte parallaktische Kurve erhalten zu sein. Allein Bradley überzeugte sich bald vom Gegenteile, geleitet von Überlegungen, die uns mit Hilfe von Fig. 36 a und b verständlich

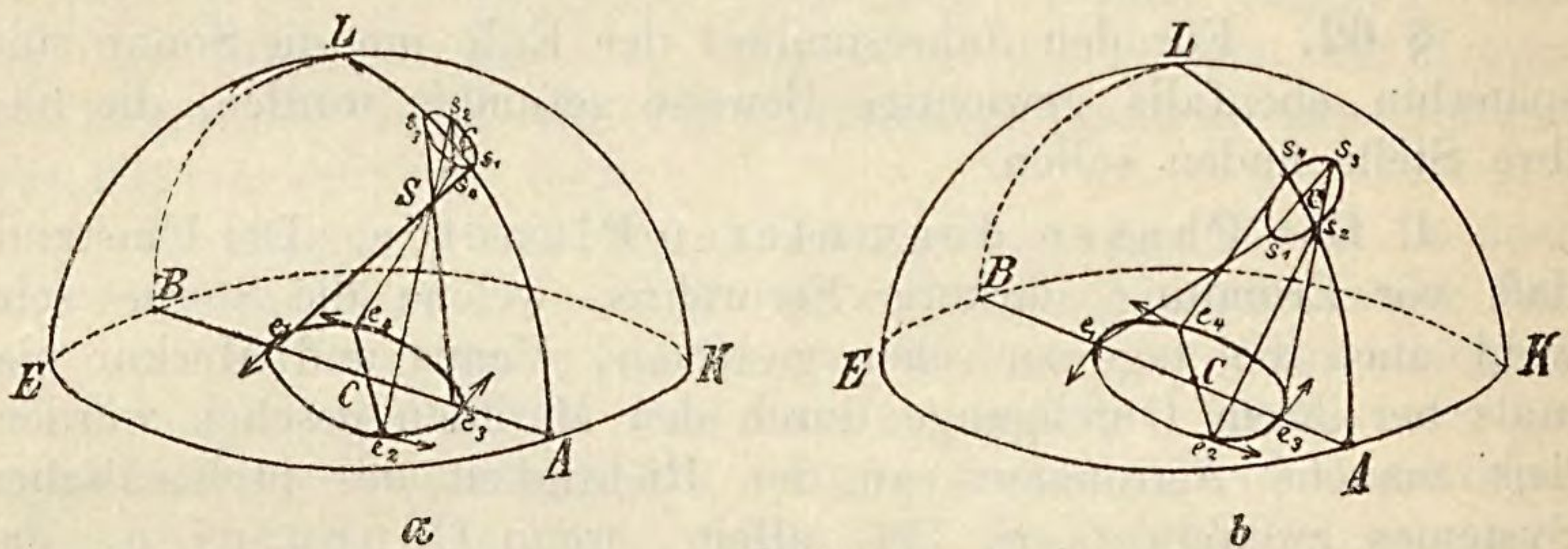


Fig. 36.

werden. EK ist in beiden Fällen die Ekliptik, in deren Ebene der von der Erde um die Sonne C beschriebene Kreis sich befindet; e_1, e_2, e_3, e_4 seien die Stellungen der Erde zu Beginn der vier Jahreszeiten, und die Pfeile sollen die augenblickliche Richtung der Erde in ihrer Bahn angeben. Dieser Kreis $e_1 e_2 e_3 e_4^*)$ bestimmt mit dem Sterne S , der nahe genug ist, um überhaupt eine Parallaxe hervortreten zu lassen, den Mantel eines schiefen

*) An sich ist die Erdbahn selbst (s. den nächsten Paragraphen) eine Ellipse, doch müssen die Aberrationserscheinungen sich ganz ähnlich ergeben, einerlei ob man eine kreisförmige oder elliptische Bahn ins Auge faßt.

Kegels, dessen Scheitelkegel die Himmelskugel in einer sphärischen Ellipse $s_1 s_2 s_3 s_4$ durchschneidet, so zwar, daß die große Achse $s_1 s_3$ derselben mit $e_1 e_2$ und mit dem Pole L der Ekliptik in derselben Ebene ABL gelegen ist, während die kleine Achse $s_2 s_4$ parallel zu $e_2 e_4$ wird. Was jedoch Bradley fand, sehen wir in Fig. 36 b vor uns. Von e_1 aus sah er den Stern in s_1 , von e_2 aus in s_2 , von e_3 aus in s_3 und von e_4 aus in s_4 ; die vier Punkte lagen auch wieder auf dem Umfange einer sphärischen Ellipse, aber diesmal fiel deren kleine Achse $s_2 s_4$ mit $e_1 e_2$ in dieselbe Ebene ABL ; die Ellipse von vorhin erschien gewissermaßen um 90° gedreht, und der Bewegungssinn war der umgekehrte. Unter der Voraussetzung, daß dem Lichte eine endliche, meßbare Geschwindigkeit zukommt, kann man sich von Bradleys — seitdem unzählige Male wiederholter — Wahrnehmung Rechenschaft geben, wie folgt:

Da die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Erde im Raume fortbewegt, zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in einem angebbaren Verhältnisse steht, so sieht man keinen Stern an dem Orte, an welchem er sich wirklich befindet, sondern es wird die Gesichtslinie um einen gewissen Winkel von der wahren Verbindungslinie abgelenkt.

Der Winkel heißt der Aberrationswinkel, der Maximalwert, welchen er erreichen kann, die Aberrationskonstante. Ihren Betrag zu finden, betrachten wir das von dem Stern S (Fig. 37) ausgehende Lichtstrahlenbündel; stünde die Erde ruhig, so wäre AS , einer von diesen Parallelstrahlen, die Gesichtslinie, aber da die Erde in der Zeit, während welcher das Licht den Weg BC zurücklegt, von A nach C geführt wird, so sieht das Auge den Stern in S_1 , in der verlängerten AB . Die Lichtgeschwindigkeit sei σ , die Fortschrittggeschwindigkeit der Erde im Raume σ' , der Winkel, den der Lichtstrahl mit der Tangente der Erdbahn bildet w , der Aberrationswinkel α , dann folgt aus $\triangle BAC$ sofort:

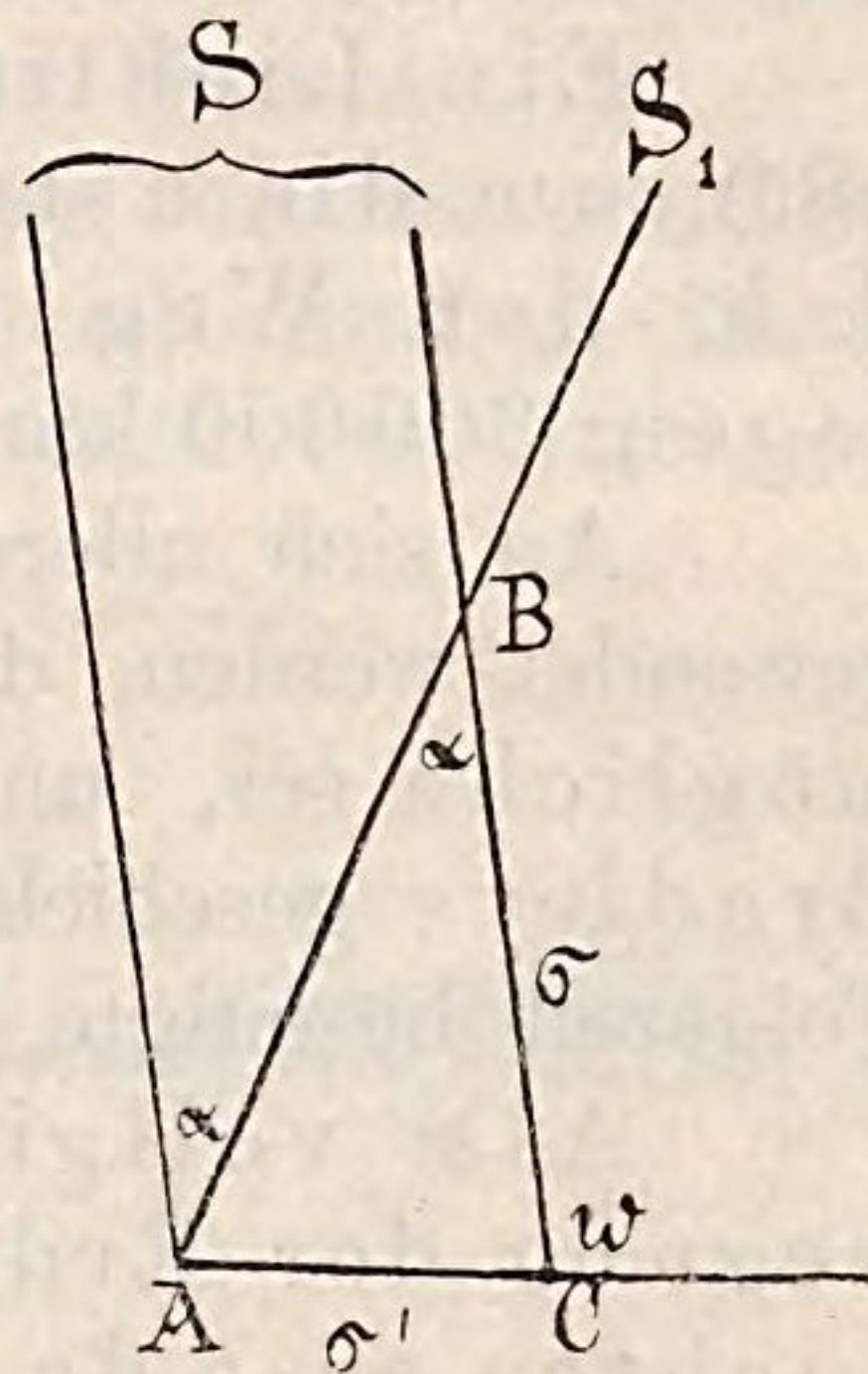


Fig. 37.

$$\frac{\sin(w - \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\sigma}{\sigma'}, \quad \text{tang } \alpha = \frac{f \sin w}{1 + f \cos w}.$$

Man sieht, daß für $w = 0$ und $w = 180^\circ$ tang α Null, für $w = 90^\circ$ ein Maximum, nämlich $\sigma' : \sigma$ wird. Nach Struve

beträgt diese Aberrationskonstante $20,5''$. — Analoga für die Aberration sind im gewöhnlichen Leben das Schiessen auf bewegliche Ziele und die Richtungsänderungen, welche fallende Regentropfen an den Fenstern schnell fahrender Wagen erleiden.

IV. Die Geschwindigkeit des Lichtes. Unsere vorige Betrachtung liefert, wie wir sehen, nur dann einen wirklichen Beweis für die Fortbewegung der Erde im Raume, wenn σ eine angebbare GröÙe besitzt. Zu Bradleys Zeit besaß man diese Sicherheit bereits. Als nämlich im Jahre 1675 der Däne Olav Römer zu Paris die Verfinsterungen der Jupitersatelliten beobachtete und seine Zeitbestimmungen mit den in den Tafeln vorausberechneten verglich, fand er, daß diese Tafeln, wenn sie für die Zeit der Opposition berechnet waren, die Eintritte der kleinen Gestirne in den Schatten des Hauptplaneten ganz richtig angaben, daß aber diese Eintritte sich jedesmal verzögerten, wenn die Sonne annähernd zwischen Erde und Jupiter stand. Im letzteren Falle hatte eben das Licht einen weiteren Weg als im ersteren zurückzulegen, und dies mußte sich in einer — nur scheinbaren — Verzögerung des Beginnes der Verfinsterung offenbaren. Aus zahlreichen anderweiten astronomischen Vorkommnissen ergab sich ganz der gleiche Sachverhalt, und neuere Untersuchungen, namentlich von Delambre und Struve, bestätigten die Richtigkeit von Römers Schlußfolgerung vollkommen. Struves Resultat ist dieses:

Ein Lichtstrahl braucht 498 Zeitsekunden ($= 8^m 18^s$), um die astronomische Fundamentalmasseinheit, d. h. den Weg von der Sonne zur Erde, zurückzulegen; 300 000 km werden in einer Sekunde durchmessen.

An sich allerdings konnte gegen Roemers Erklärung eingewendet werden, daß sie zwar möglich, aber nicht die allein mögliche sei, und der gleiche Einwurf ließ sich auch gegen Bradleys geschickte Verwertung jener Entdeckung erheben. Die Folgezeit beseitigte jedoch die letzten Zweifel.

Als vollgiltiger Beweisgrund für die Fortbewegung der Erde im Raume steht die Aberration des Lichtes erst da, seitdem Fizeau und Foucault durch terrestrische Versuche die Eigenschaft des Lichtes, zu seiner Fortpflanzung eine gewisse Zeit zu brauchen, von neuem bewahrheitete und zugleich für die Lichtgeschwindigkeit einen von dem durch Struve gefundenen wenig abweichenden Wert ermittelten.

§ 63. Wie wir oben (s. S. 84) sahen, hatte Copernicus noch ein gut Teil des von Ptolemäus für notwendig erachteten geometrischen Rüstzeuges beibehalten; sein Nachfolger Kepler ging vom ersten Momente seines wissenschaftlichen Auftretens damit um, allgemeine Gesetze jenen doch immer willkürlich erdachten Hypothesen zu substituieren. Waren auch seine ersten hierauf abzielenden Versuche, wie sie im „Mysterium cosmographicum“ und in der „Harmonice mundi“ niedergelegt sind, nicht durchweg vom Glücke begünstigt, so liefs er sich doch nicht abschrecken, sondern wandte seine besondere Aufmerksamkeit dem Planeten Mars zu, für den er eine mustergiltige Beobachtungsreihe Tycho Brahes (s. S. 79) zu benützen in der Lage war. Empirisch zwar, aber doch vom feinsten Gefühle für das Richtige geleitet, las er aus dem Meere von Zahlen die drei seitdem als Keplersche Gesetze wohlbekannten Lehrsätze heraus, welche die Astronomie (zumal in der „Astronomia nova“, 1609) auf eine neue Grundlage stellten und nachstehend, der Zeit ihrer Auffindung gemäfs, verzeichnet sind:

I. Der von der Sonne ausgehende Radiusvektor überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume.

II. Die Bahn eines jeden Planeten ist eine Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht.

III. Für zwei verschiedene Planeten verhalten sich die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Kuben ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Das erste seiner Gesetze hatte Kepler bereits erkannt, als er hinsichtlich der Bahnform nur erst soviel ermittelt hatte, dafs jene Bahn eine vom Kreise abweichende Ovalkurve sein müsse. Sind S und S' (Fig. 38)

die beiden Brennpunkte der Planetenbahn, und steht in S die Sonne, so ist jetzt die Notwendigkeit eines Apheliums A und eines Periheliums B in ungleich einfacherer Weise erklärt, als beim exzentrischen Kreise (s. S. 69), und man sieht auch sofort, dafs der scheinbare Halbmesser der Sonne

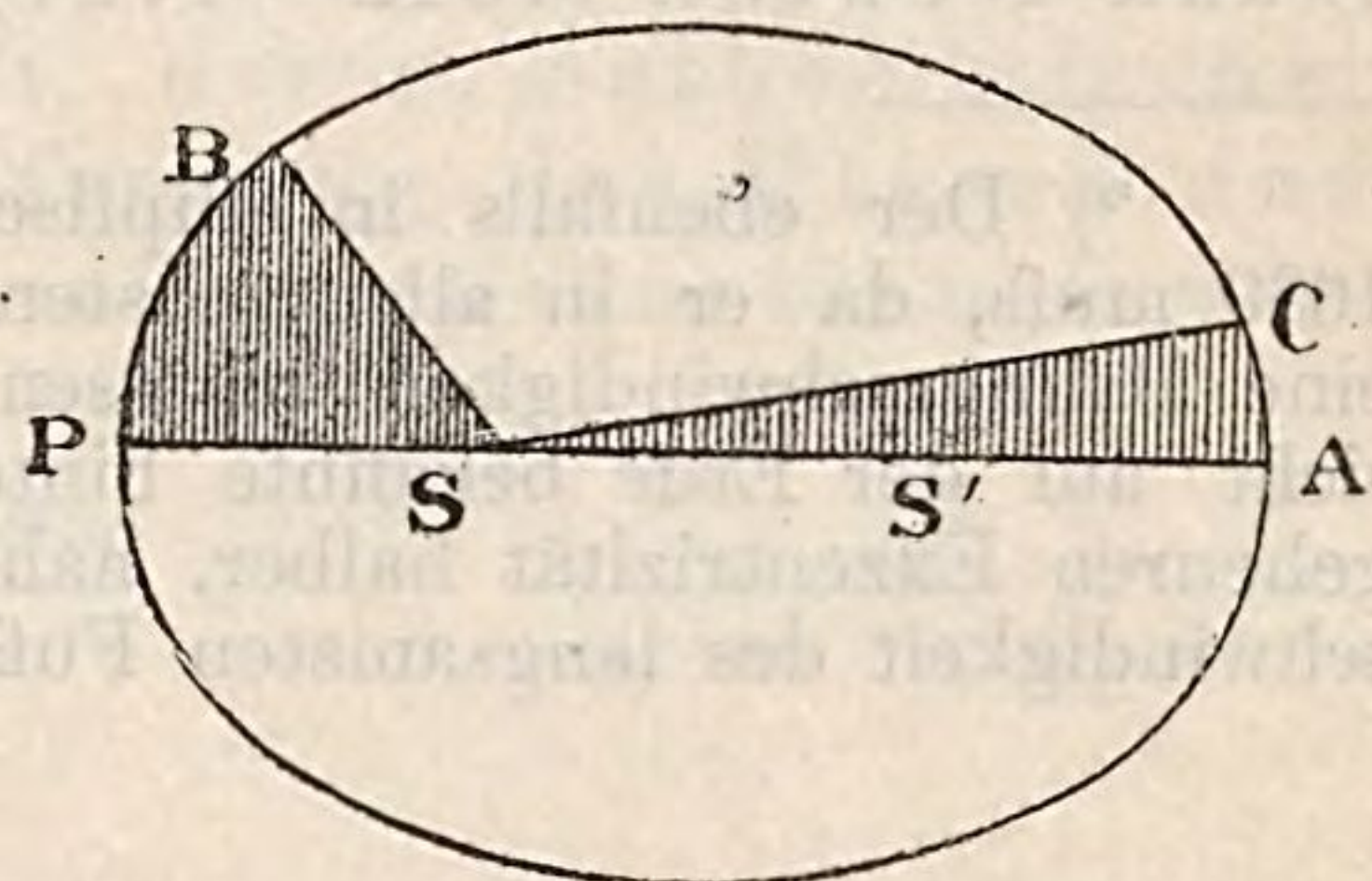


Fig. 38.

für den in P befindlichen Planeten gröfser sein muß, als für den in A befindlichen. Die Verbindungslinie AP , die grofse Achse der Bahnellipse, ist jetzt zugleich die Apsidenlinie geworden.

Wenn der Wandelstern die nämliche Zeit braucht, um einerseits von P nach B , andererseits von C nach A zu gelangen, so ist in Gemäßheit des ersten der obigen drei Sätze

$$\text{Sektor } PSB = \text{Sektor } CSA.$$

Da nun PS ersichtlich $< AS$ ist, so muß $\text{arc } AC < \text{arc } BP$ sein, und daraus folgt weiter: Die Geschwindigkeit der Planeten in ihrer Bahn ist in der Nähe des Periheliums größer, als in der des Apheliums.*)

Das dritte Keplersche Gesetz ermöglicht es, den Sonnenabstand eines jeden Planeten von bekannter Umlaufszeit auf den Sonnenabstand der Erde unmittelbar zurückzuführen. Eben aus diesem Grunde ist es so wichtig (s. S. 64), diese letztere Fundamentaleinheit in einem bestimmten Linearmasse ausgedrückt zu besitzen.

Beispiele. Wenn die Umlaufszeit des Mars 989 250, die der Venus 323 570 Sekunden beträgt, wenn ferner die mittlere Entfernung des letzteren Planeten von der Sonne auf 108 000 000 km angenommen wird, wie weit ist dann Mars von der Sonne entfernt? (227 499 000 km, etwas zu groß). — Wie viele Erdenjahre enthält das Jahr des Juppiter, wenn die Sonnendistanz der Erde im Mittel 146 090 000, die des Juppiter ebenso 777 000 000 km ausmacht? (ungefähr $12\frac{1}{4}$).

Die Lehren von Copernicus und Kepler haben sich uns bis jetzt als unzweifelhafte Wahrheiten dargestellt, deren Begründung jedoch nur erfahrungsmäßig und mathematisch erfolgen konnte. Ihren inneren Zusammenhang und ihre physikalische Notwendigkeit zu ergründen, gelang erst gegen das Ende des XVII. Jahrhunderts dem Engländer Isaak Newton (1642—1727).

*) Der ebenfalls in elliptischer Bahn sich bewegende Komet von 1680 muß, da er in allernächster Nähe am Sonnenkörper vorüberging, eine Bahngeschwindigkeit besessen haben, welche alles in dieser Hinsicht auf der Erde bekannte hinter sich liefs, während er, seiner ungeheuren Exzentrizität halber, nahe dem Aphel sich kaum mit der Geschwindigkeit des langsamsten Fußgängers bewegt haben dürfte.

Neuntes Kapitel.

Erscheinungen der allgemeinen Schwere; Physische Astronomie.

§ 64. Den Schlüssel für alle die im vorigen Kapitel besprochenen Thatsachen liefert Newtons im Jahre 1687 erstmalig veröffentlichtes Werk „Philosophiae naturalis principia mathematica“. Der Autor ging dabei von einem uns jetzt sehr einfach erscheinenden Grundgedanken aus: Wenn einunddieselbe Kraft das Herabfallen eines losgelassenen Steines zur Erde und die Bewegung des Mondes in seiner Bahn bewirkt und regelt, so müssen sich die Wirkungsweisen als Ausflüsse desselben Gesetzes herausstellen. Als das natürlichste dieser Verbreitungsgesetze erscheint nun sicher dasjenige des umgekehrten quadratischen Verhältnisses der Entfernung. Denken wir uns nämlich die Kraft von einem Zentrum aus nach allen Seiten hin ausstrahlend und weiter, daß der auf eine um diesen Punkt mit dem Radius 1 beschriebene Kugelfläche sich verteilende Impuls die Kraftwirkung 1 entfalte, so verteilt sich dieselbe in der Entfernung n auf einer Sphäre, deren Fläche sich zur ersterwähnten wie $4 \cdot n^2 \cdot \pi$ zu $4 \cdot 1^2 \cdot \pi$ oder wie $n^2 : 1$ verhält. Andererseits ist die Anziehung zweier Körper auf einander, nach welchem Gesetze sie sich auch im übrigen richten möge, sicher um so stärker, je mehr Masse in jedem derselben aufgespeichert ist, und so kam Newton dazu, sein berühmtes Attraktions- oder Gravitationsgesetz aufzustellen, dessen Richtigkeit auch durch die feinsten astronomischen Untersuchungen der Neuzeit nur immer aufs neue bestätigt wurde, und welches folgenden Wortlaut hat:

Newton's
Gravita-
tionsgesetz.

Zwei Massen m_1 und m_2 wirken auf einander gegenseitig*) mit einer Kraft, deren mathematischer Ausdruck, unter r die Entfernung der Massen und unter f die sogenannte Gravitationskonstante verstanden, durch

$$f \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

gegeben ist.

*) Nicht bloß der stärkere Körper zieht also den an Masse minder starken an, sondern dieser wirkt auch anziehend auf jenen. Dem fallenden Steine kommt die gewaltige Erdkugel auch ihrerseits entgegen um eine Wegstrecke, die freilich unmeßbar klein ist gegenüber derjenigen, durch welche sich der fallende Körper hindurchbewegt.

Um an dem Beispiele des Mondes die Richtigkeit dieses Satzes darzuthun, griff Newton auf die soeben von Galilei und Huygens entdeckten Gesetze der Zentralbewegung zu-

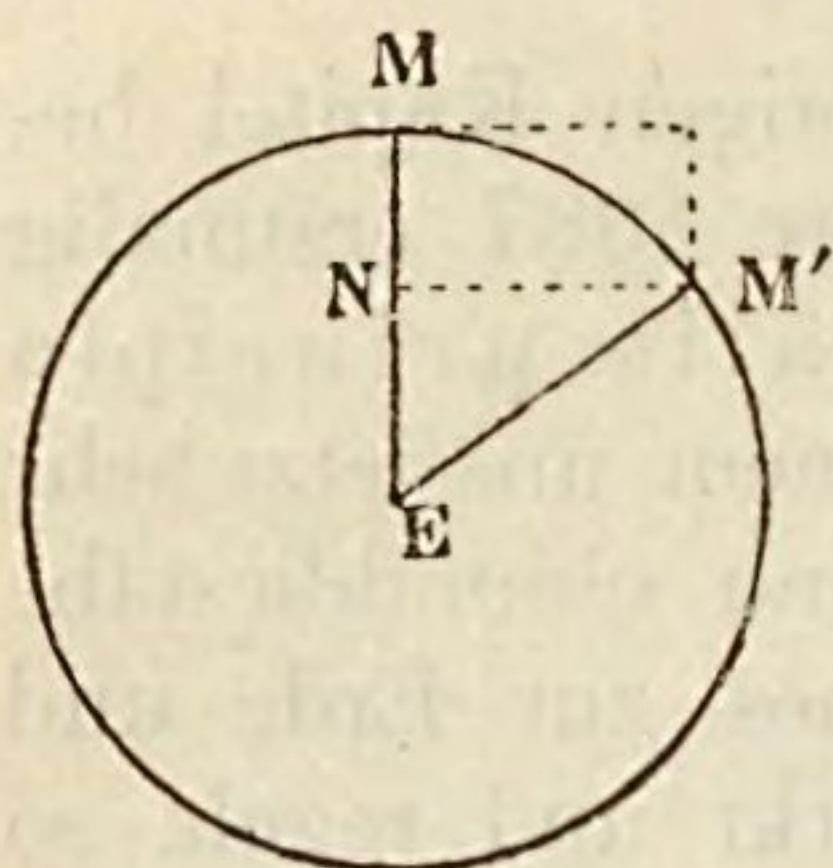


Fig. 39.

rück. Es sei E (Fig. 39) die Erde, um die sich in einem Kreise der zur Zeit in M befindliche Mond bewegt. MM' sei der von letzterem in der Zeiteinheit zurückgelegte Bogen; die Tangentialkraft würde den Mond allein in der auf ME senkrechten Richtung fortgetrieben haben, während die Zentripetalkraft für sich allein den Trabanten zum Durchfallen der Strecke MN veranlaßt haben würde, die man erhält, wenn man $M'N$ senkrecht zu ME zieht. Es ist aber, wenn $\sphericalangle MEM' = \alpha$ gesetzt wird,

$$MN = EM(1 - \cos \alpha) = 2EM \cdot \sin^2 \frac{1}{2} \alpha.$$

Den Erdradius $= 1$ setzend, entnahm Newton den von Picard bei seiner Erdmessung ermittelten Resultaten einen Wert $EM = 60$, und da α , wenn die Sekunde als Einheit der Zeit gedacht wird, $=$ ungefähr $\frac{1}{2}''$ angenommen werden kann, so berechnete er MN angenähert und fand dann, daß diese Zahl g' mit dem Fallraume g , durch welchen ein Körper an der Oberfläche der Erde in der ersten Sekunde fällt, durch die Proportion

$$g' : g = 1^2 : 60^2$$

verknüpft war. Nunmehr durfte er das Gesetz als für den Mond bewiesen annehmen, und der weiteren Ausdehnung desselben stand nichts mehr im Wege.

Frage. Wo befindet sich, wenn die Masse des Mondes $\frac{1}{90}$ der Erdmasse beträgt, und wenn die Distanz beider Weltkörper angenähert 60 Erdhalbmesser beträgt, der sogenannte neutrale Punkt, d. h. jener Punkt, für den es überhaupt keine Schwerkraft gibt? (Derselbe ist um $\frac{60}{9} (\sqrt{90} - 1)$, also um wenig über 7, Erdhalbmesser von dem Mondmittelpunkte entfernt).

Newton dachte bei seinem Gesetze zunächst nur an Massenpunkte; erst später kam es darauf an, Körper von beliebiger Gestalt in betracht zu ziehen. Dies führt zu großenteils schwierigen Aufgaben, mit denen sich ein besonderer Zweig der analytischen Mechanik, die Potentialtheorie, beschäftigt. Die für die Astronomie wichtigen Körper sind nun aber sämtlich von angenähert sphärischer Form; ihre Entfernungen sind durchweg bedeutend, und es fallen die erwähnten Schwierigkeiten deshalb nahezu

gänzlich — vgl. übrigens § 72 — weg. Es hat nämlich bereits Newton die folgenden Lehrsätze bewiesen:

Eine homogene oder doch aus konzentrisch-gleichartigen Schichten zusammengesetzte Kugel wirkt auf jeden außerhalb befindlichen Massenpunkt so, als sei ihre Gesamtmasse im Mittelpunkt konzentriert; bei sehr großer Entfernung aber kann ohne Fehler angenommen werden, die Masse des anziehenden Körpers sei im Schwerpunkte desselben vereinigt.

§ 65. Wir haben im vierten Kapitel Gestalt und GröÙe der Erde kennen gelernt; um aber alle für deren kosmische Wirkungen wesentlichen Elemente zu besitzen, müssen wir noch ihre Masse kennen. Die Masse ist das Produkt aus Volumen und Dichte. Das Volumen ist für eine Kugel wie auch für ein Ellipsoid bekannt; zur Bestimmung der Dichte sind sehr verschiedene Methoden vorgeschlagen und in Anwendung gebracht worden.

Bestimmung
der Erd-
masse.

Man schloß darauf z. B. aus der Ablenkung, welche ein Bleilot aus seiner wahren Richtung in der Nähe eines Gebirges erleidet, sowie aus der Verschiedenheit der Schwingungszeiten, welche man an demselben Pendel konstatiert, je nachdem dasselbe am Gipfel oder am Fufse eines Berges oder in einem Bergwerke schwingt. Auch die Versuche von Cavendish und Reich mit der Drehwage und von Jolly mit einer gewöhnlichen sehr feinen Wage*) verhalfen zu immer schärferer Ermittlung der in Rede stehenden Zahl. Als das zuverlässigste Resultat ist jedoch dasjenige zu betrachten, welches unlängst bei den von Wilsing angestellten Schwingungsversuchen unter dem Einflusse anziehender Körper von bekannter Form und Masse erzielt wurde; danach ist die mittlere Dichte

*) Der Apparat Jollys war eine Wage, deren Schalen vom Wagarme weit entfernt waren; an jeder Wagschale war unten noch eine zweite Schale angebracht. Die ersteren sollen *A* und *B*, die letzteren *a* und *b* heißen. Wenn Gleichgewicht bestand, und hierauf das in *B* liegende Gewicht nach *b* gebracht wurde, so entstand ein Ausschlag der Zunge, denn das Gewicht in *b* befand sich jetzt näher an der Erde, als dasjenige in *A*, und wurde infolge dessen stärker angezogen. Brachte man endlich unter *b* eine neue anziehende Masse (eine Bleikugel), so ergab sich ein neuer stärkerer Ausschlag, und wenn die beiden Ausschlagswinkel genau gemessen waren, lieÙ sich aus einer von Jolly angegebenen Formel die Masse der Erde berechnen.

des Erdkörpers gleich 5,594. Anders ausgedrückt besagt diese Zahl also folgendes:

Denkt man sich die Erdmasse gleichmäfsig durch den ganzen Erdball ausgeteilt, und füllt man ein Gefäfs *A* mit solch homogener Erdschubstanz, ein gleich grofses Gefäfs *B* mit Wasser im Zustande höchster Konzentration, so wiegt das Gefäfs *A* 5,594 mal so viel, als das Gefäfs *B*.

Hilfsmittel
zur schärfe-
ren Bestim-
mung der
Erdgestalt.

§ 66. Das Pendel stellte sich uns soeben als ein Instrument dar, welches über die innere Beschaffenheit unseres Planeten Auskunft gab. Dasselbe ist aber auch dazu geeignet, zur Bestimmung der Gestalt der Erde zu dienen und seinerseits dasselbe zu leisten, was (s. S. 45) auf anderem Wege durch die Gradmessungen angestrebt wurde.

Als im Jahre 1672, somit noch vor Newtons Auftreten, der französische Akademiker Richer sich von Paris nach Cayenne begab, bemerkte er, dafs an diesem dem Äquator nahe gelegenen Orte seine Pendeluhr, welche in Paris genau Sekunden geschlagen hatte, dies nicht mehr that. Man erklärt dies leicht aus der bekannten Formel, welche die Abhängigkeit zwischen der Schwingungsdauer t , der Pendellänge l und der Beschleunigung der Schwere g zur Anschauung bringt. Soll das Pendel Sekunden schlagen, so ist $t = 1$, und man hat somit

$$1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad l = \frac{g}{\pi^2}.$$

Es zeigte sich, dafs die Pendelstange verkürzt werden mufste, um den richtigen Gang der Uhr wiederherzustellen; es war also l in Paris gröfser, als in Cayenne, und der Formel nach mufste auch die Gröfse g , welche die Stärke der Erdanziehung angibt, in Paris gröfser als in Cayenne sein. Richer folgerte somit ganz richtig:

Da, wo die Länge des Sekundenpendels kleiner wird, mufs auch die Anziehungskraft der Erde geringer geworden sein; man ist mithin in Cayenne weiter vom Sitze dieser Anziehungskraft entfernt, als in Paris, oder mit anderen Worten: Die Erde hat eine Anschwellung gegen den Äquator hin.

Von Newton wurde diese Auffassung gebilligt und fester begründet. Auch suchte derselbe auf theoretischem Wege einen Wert für die Erdabplattung (s. S. 49) ausfindig zu machen.

Ganz zutreffend sind jedoch diese Schlüsse nur für eine ruhende Erde, und da in Wirklichkeit die Erde sich um eine Achse dreht, so muß auch auf den Umstand Rücksicht genommen werden, daß die Zentrifugalkraft der Schwerkraft allenthalben — allein die Pole ausgenommen — entgegenwirkt. Von dieser Wirkung der Schwungkraft wollen wir uns nunmehr Rechenschaft zu geben versuchen, indem wir dabei die Erde als kugelförmig voraussetzen.

E (Fig. 40) sei der Mittelpunkt der Erde, EA ein Äquatorialhalbmesser, B ein beliebiger, unter der geographischen Breite φ gelegener Erdort. Die Zentrifugalbeschleunigung c sei durch die Strecke AD ausgedrückt; ist r der Erdradius, v der Weg, welchen ein Äquatorpunkt infolge der Erdrotation in 1^s zurücklegt, so ist ferner (s. S. 96)

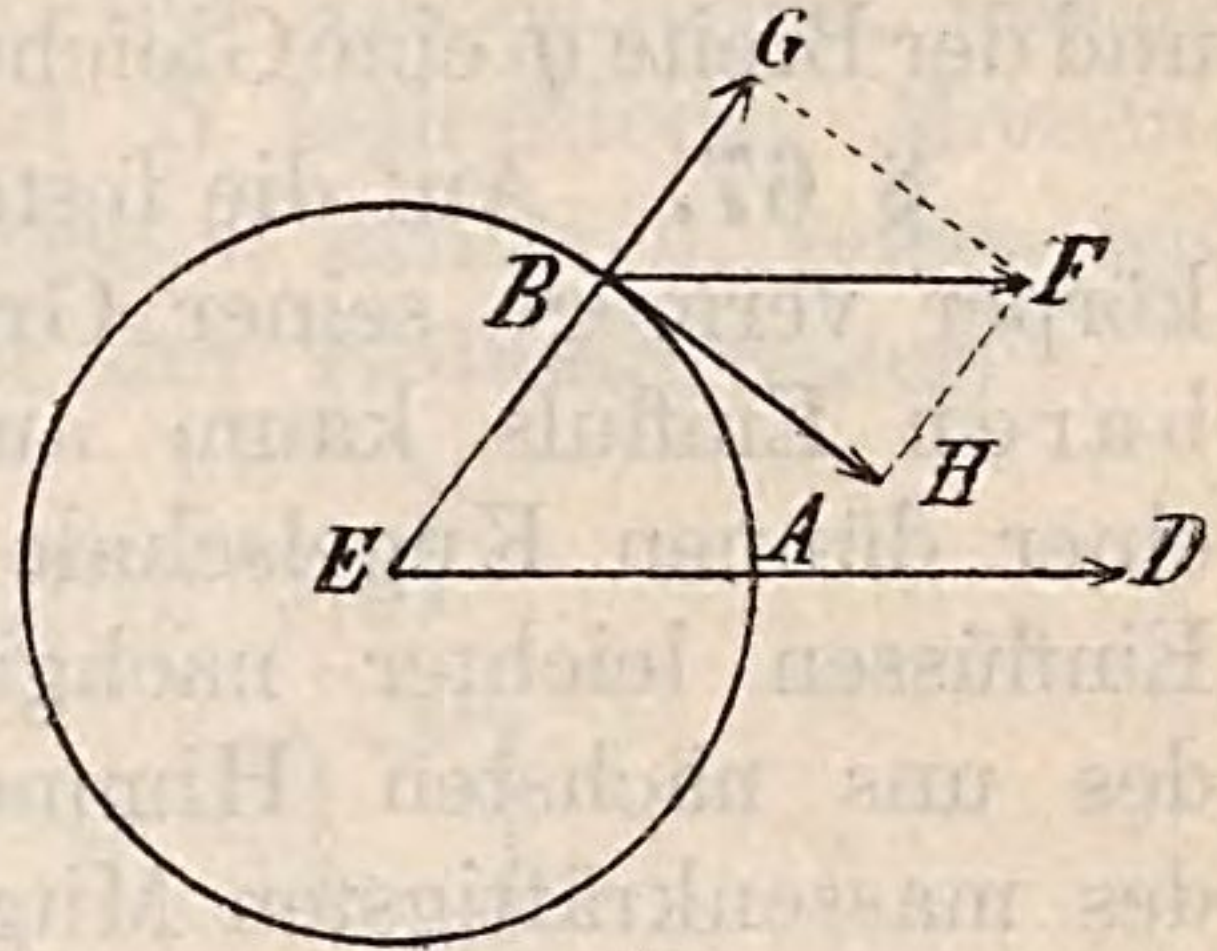


Fig. 40.

$$c = \frac{v^2}{r} = \frac{4 r^2 \pi^2}{r \cdot 86164^2} = \frac{r \pi^2}{43082^2}.$$

Um die Zentrifugalbeschleunigung $BF = c_\varphi$ des Punktes B zu finden, haben wir blos zu bedenken, daß der Radius des Kreises, den B im Laufe von 86164 Sekunden beschreibt, nicht r , sondern $r \cos \varphi$ ist; es ist somit

$$c_\varphi = c \cos \varphi = \frac{r \cos \varphi \pi^2}{43082^2}.$$

Zerlegen wir nach dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte die Schwungkraft BF in eine radiale Komponente BG und in eine tangentielle Komponente BH , so ist $BG = BF \cos \varphi$, $BH = BF \sin \varphi$. Nur BG kommt gegenüber der Schwere in betracht, und zwar ist die wirkliche, d. h. die durch die Zentrifugalkraft beeinflusste Schwere gleich der auf B wirkenden Anziehung minus BG . Bedeutet nun g_φ die Schwere in der Breite, g_0 die Schwere am Äquator, g_{90} die Schwere an den Polen, so ist offenbar

$$g_\varphi = g_{90} - BG = g_{90} - c \cos^2 \varphi; \quad g_0 = g_{90} - c,$$

und daraus folgt weiter

$$g_\varphi - g_0 = c - c \cos^2 \varphi = c \sin^2 \varphi.$$

Wir wissen aber, daß g und l (die Länge des Sekundenpendels) proportionale Werte sind, und können somit behaupten:

Für eine kugelförmige Erde sind die Ausdrücke

$$\frac{g_{\varphi} - g_0}{\sin^2 \varphi} \text{ und } \frac{l_{\varphi} - l_0}{\sin^2 \varphi}$$

konstante Größen.

Wenn wir die Erde, wie sie es thatsächlich ist, als sphäroidisch (s. S. 48) annehmen, so bleibt doch immer zwischen der Pendellänge l_{φ} und der Breite φ eine Gleichung von der Form $(a + b \sin^2 \varphi)$ bestehen.*)

Ebbe und
Flut.

§ 67. Auf die feste Erdmasse vermag ein anderer Himmelskörper vermöge seiner Gravitation einen direkten und sichtbaren Einfluß kaum auszuüben, allein die Erde ist auch von einer dünnen Kugelschale fester Materie umgeben, welche äußeren Einflüssen leichter nachgibt. In der That bringt die Attraktion des uns nächsten Himmelskörpers, des Mondes, und diejenige des massenkräftigsten Mitgliedes unseres Weltsystemes, der Sonne, die unter dem Namen Gezeiten (niederdeutsch Tiden, englisch tides, französisch marées) bekannten Erscheinungen der Ebbe und Flut hervor. Seit Newton erklärt man das Phänomen in folgender einfacher Weise.

Von den beiden konzentrischen Kreisen um E (Fig. 41) stellt der innere den Meeresgrund, der äußere die Oberfläche des

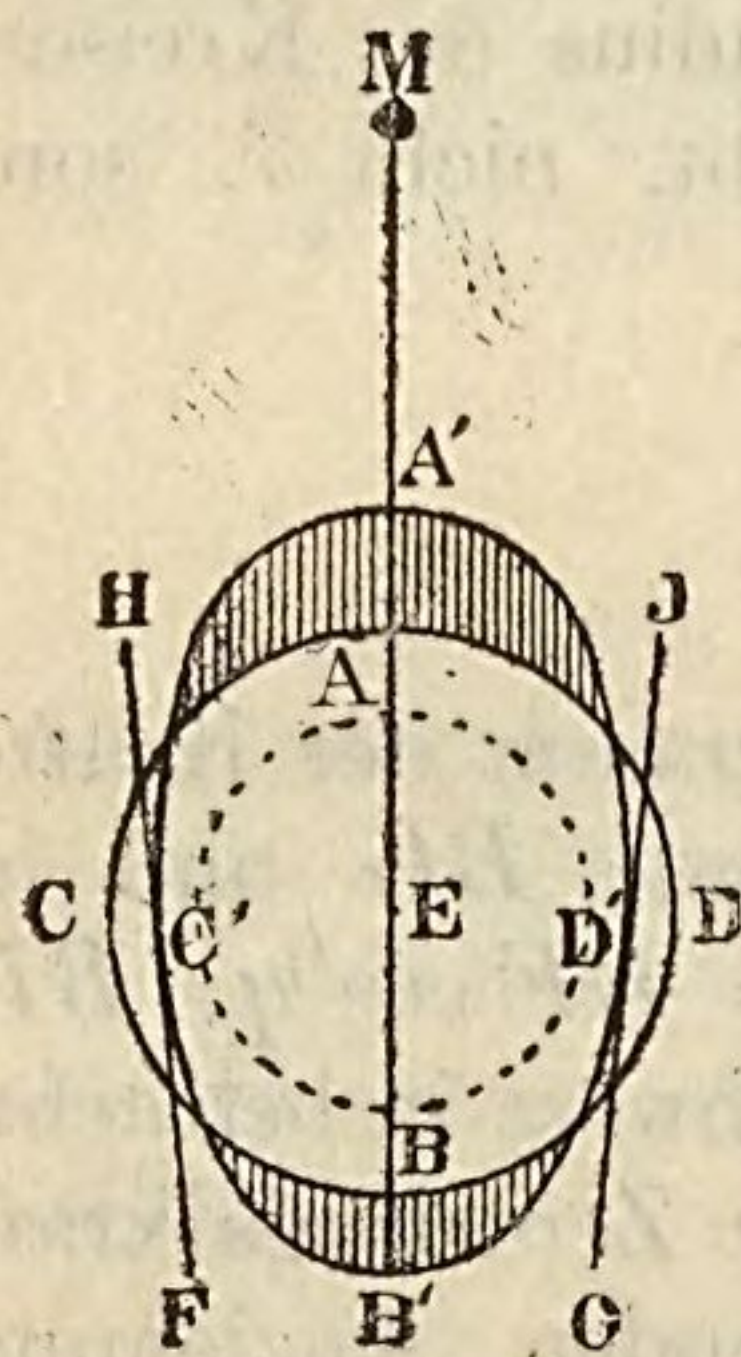


Fig. 41.

Meeres vor, welches als überall gleich tief angenommen wurde. In M befindet sich der anziehende Himmelskörper. Dann wird der Punkt A , welcher M im Zenit hat, am stärksten angezogen; er nähert sich M und gelangt nach A' , und da alle benachbarten Wasserteile folgen, so verwandelt sich die frühere Wasserhalbkugel CAD in das Wasserhalbellsipsoid $C'A'D'$. Da aber die Gesamtmenge des die Erde bedeckenden Wassers sich nicht ändert, so muß auch die Halbkugel CBD in ein Halbellipsoid $C'B'D'$ übergehen, und wir sehen so:

Der Zenitflut eines Ortes entspricht eine Nadirflut des Antipodenpunktes und je eine Senkung des Wasserstandes in allen um 90° abstehenden Orten.

*) Da die aus Grad- und Schweremessungen berechneten Werte der Abplattung niemals genau übereinstimmen, so mußte man sich überzeugen, daß das Geoid, d. h. die dem ruhenden Meere entsprechende Fläche, von einem geometrischen Sphäroide abweicht, nirgends jedoch mehr als höchstensfalls einige hundert Meter.

Da jedoch der Punkt B weniger stark als der Punkt A angezogen wird, so ist die Höhe der Nadirflut die geringere; es ist $BB' < AA'$. Demnach können die beiden Halbellipsoide auch nicht einunddemselben Sphäroide angehören, wohl aber haben ihre Durchschnitte mit der Papierebene je eine gemeinsame Tangente FH und GJ .

Zur Berechnung des Unterschiedes $\triangle$ der Anziehungen, welche resp. die beiden in den Punkten A und B befindlichen Masseneinheiten durch die in M befindliche Masse m erfahren, setzen wir $EM = d$ und haben dann (r ist wieder der Erdhalbmesser)

$$\begin{aligned}\triangle &= fm \left(\frac{1}{(d-r)^2} - \frac{1}{(d+r)^2} \right) \\ &= fmd^{-2} \left[\left(1 - \frac{r}{d}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{r}{d}\right)^{-2} \right].\end{aligned}$$

Entwickeln wir nach dem binomischen Lehrsatz in Reihen und brechen dieselben bei dem zweiten Gliede ab, so ergibt sich uns

$$\triangle = fmd^{-2} \left(1 + \frac{2r}{d} + \dots - 1 + \frac{2r}{d} - \dots \right) = \frac{4fmr}{d^3}.$$

Da Mond und Sonne infolge der Erdumdrehung ihren Ort am Himmel stetig ändern, so müssen auch die Fluthöhen stetig variieren. Es umläuft die Erde eine Flutwelle, und jeder Küstenort*) hat zweimal im Verlaufe von vierundzwanzig Stunden Flut, zweimal Ebbe. Stehen die drei Himmelskörper Sonne, Erde, Mond so, daß die Verbindungslinien ihrer Mittelpunkte ganz oder nahezu in eine grade Linie fallen, wie es also bei den Syzygien (s. S. 8) der Fall ist, so summieren sich die Attraktionswirkungen, und es entstehen die großen, verheerenden Springfluten, während in den Quadraturen die Flutwelle einer Differenz der Anziehungskräfte von Sonne und Mond entpricht und die verhältnismäßig geringfügigen Nippfluten liefert.

Ähnlich den ozeanischen gibt es natürlich auch atmosphärische Gezeiten, welche sich durch ein regelmässiges Schwanken

*) Es gilt dies allerdings nur für Orte, die am Strande des Weltmeeres gelegen sind; in solchen Meeresbecken, die größtenteils vom Lande eingeschlossen sind, tritt der Unterschied zwischen dem Flut- und Ebbestande weit weniger bestimmt zu tage, so z. B. im Mittelländischen Meere und in der Ostsee. In den chinesischen Meeren begegnet man der noch nicht genügend erklärten Unregelmässigkeit, daß einem einmaligen Anschwellen des Wassers auch nur ein einmaliges Sinken des Meeresspiegels entspricht.

des Quecksilbers in der Barometerröhre bemerklich machen. Der Betrag dieser Schwankung ist jedoch ein so geringer, daß er nur unter den Tropen mit Sicherheit erkannt werden kann; in den gemäßigten Zonen tritt der Einfluß des Mondes auf die Lufthülle der Erde so gut wie gar nicht hervor, und es ist unzulässig, denselben zur Grundlage einer Theorie der atmosphärischen Veränderungen zu machen.

Ableitung der
Keplerschen
Gesetze.

§ 68. Haben wir bisher die Wirkungen der allgemeinen Schwerkraft mehr nur in bezug auf unsere Erde verfolgt, so wenden wir uns nunmehr zu den kosmischen Bethätigungen der ersteren. Da gilt zunächst folgendes:

Die drei von ihrem Urheber empirisch gefundenen Sätze Keplers (s. S. 93) lassen sich aus Newtons Gesetz theoretisch herleiten.

I. Der in B (Fig. 42) befindliche Planet würde im Verlaufe eines sehr kleinen Zeiteiles unter der alleinigen Einwirkung

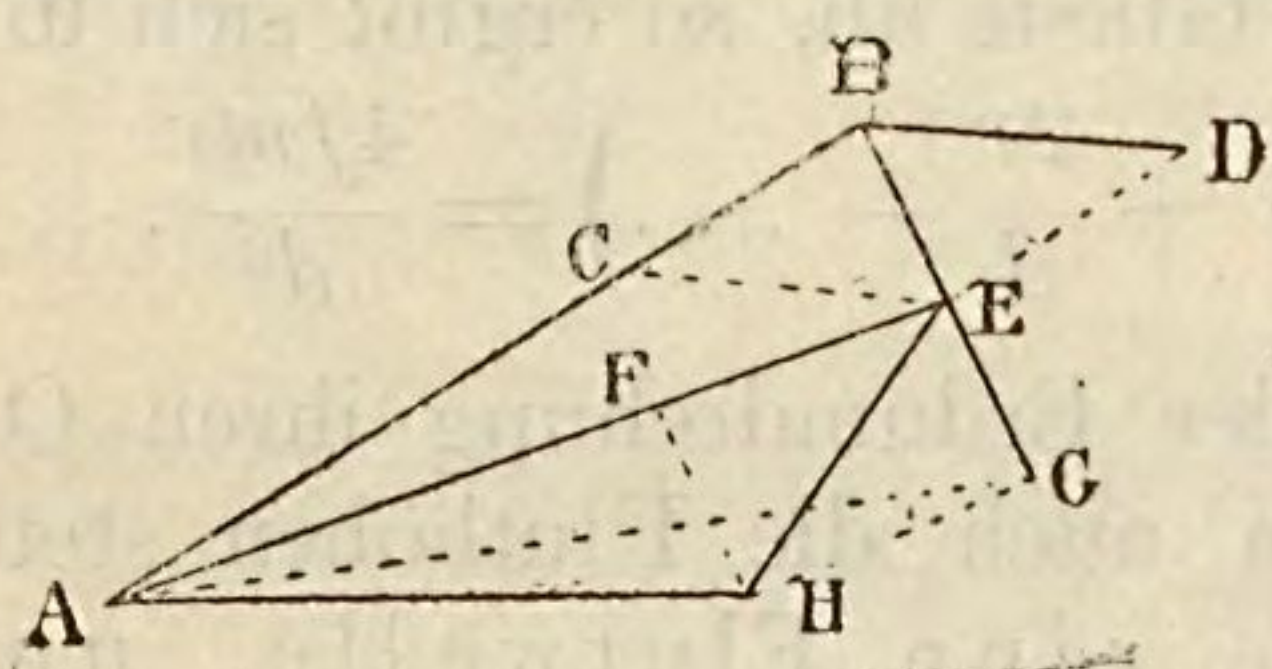


Fig. 42.

der Tangentialkraft die Strecke BD , unter der alleinigen Einwirkung der vom Attraktionszentrum A ausgehenden Anziehungskraft dagegen die Strecke BC zurücklegen; sein wahrer Weg in dieser Zeit ist also durch die Diagonale BE des Parallelogramms $BDEC$ gegeben. Infolge der Trägheit würde der Planet im nächsten Zeiteile die Strecke $EG = BE$ durchlaufen; gleichzeitig aber wird er gegen A um die Strecke EF hingezogen, und so bewegt er sich durch die Diagonale EH des Parallelogramms $EGHF$. Die vom Radiusvektor in den beiden gleichen Zeitabschnitten überstrichenen Sektoren sind somit die beiden Dreiecke ABE und AEH . Da aber zwei Dreiecke flächengleich sind, wenn sie Höhe und Grundlinie bezüglich gleich haben, so ergibt sich aus der Konstruktion ohne weiteres, wenn noch AG gezogen wird,

$$\triangle ABE = \triangle AEG, \triangle AEG = \triangle AEH,$$

$$\triangle ABE = \triangle AEH \text{ (Komparation).}$$

Indem man die Sektoren Keplers in unendlich schmale Dreiecke der bezeichneten Art zerlegt, sieht man sofort die Richtigkeit des (chronologisch) ersten Gesetzes ein.

II. Mit Hilfe der Infinitesimalrechnung läßt sich nachstehender Satz beweisen:

Erhielt ein Körper im Raume irgend einmal

einen momentanen Stofs, und begann in demselben Augenblicke die Anziehungskraft eines zweiten Körpers auf ihn zu wirken, so mußte ersterer unter dem zwiefachen Einflusse beider Impulse einen Kegelschnitt beschreiben, in dessen einem Brennpunkte das Attraktionszentrum sich befindet. Die Natur des Kegelschnittes (Ellipse oder speziell Kreis, Parabel, Hyperbel) ist durch das Verhältniß der Größe und Richtung der anfangs erteilten Geschwindigkeit zu dem von der Gravitation erteilten Antriebe bedingt.

Bei den Planeten und deren Trabanten war dieses Verhältniß ein solches, daß eine elliptische Bahn resultierte; in einer solchen bewegen sich auch einige Kometen, während die Mehrzahl dieser letzteren Weltkörper keine geschlossenen Bahnen zu beschreiben scheint.

III. Da die Bahnellipsen der Planeten durchweg nur ganz wenig von Kreisen abweichen, so führen wir den Beweis nur für diese. Die Radien der beiden Planetenbahnen seien r_1 und r_2 , ihre Umlaufzeiten t_1 und t_2 ; die Sonnenmasse sei M , und diese ist so übermächtig, daß wir keinen merklichen Fehler begehen, wenn wir die Massen beider in betracht kommenden Planeten einander gleich, jede $= m$, setzen. Die Räume, durch welche jeder Planet, wenn die Sonnenanziehung allein auf ihn wirkte, in der Zeiteinheit sich bewegen würden, sind resp.

$$c_1 = \frac{f(M+m)}{r_1^2}, \quad c_2 = \frac{f(M+m)}{r_2^2}.$$

Nach den Huygensschen Gesetzen der Zentralbewegung ist aber auch

$$c_1 = \frac{4r_1 \pi^2}{t_1^2}, \quad c_2 = \frac{4r_2 \pi^2}{t_2^2}.$$

Setzt man die Brüche $c_1 : c_2$, die sich beidemale ergeben, einander gleich, so findet man

$$\frac{f(M+m)}{r_1^2} : \frac{f(M+m)}{r_2^2} = \frac{4r_1 \pi^2}{t_1^2} : \frac{4r_2 \pi^2}{t_2^2}; \quad t_1^2 : t_2^2 = r_1^3 : r_2^3.$$

Dieses ist aber der Ausdruck für das dritte Keplersche Gesetz, welches hier allerdings nur unter gewissen einschränkenden Voraussetzungen bewiesen wurde.

§ 69. Wesentlich auf den Keplerschen Gesetzen beruht die Möglichkeit, Bahnbestimmungen eines Planeten oder Kometen vorzunehmen. Damit ein solcher Wandelstern seinem

Bahnelemente der Wandelsterne.

Laufe nach als vollständig bestimmt gelten könne, bedarf es folgender sieben Daten, der sogenannten Bahnelemente:

- I. Neigung der Planetenbahn gegen die Ekliptik;
- II. Astronomische Länge des aufsteigenden Knotens der Planetenbahn;
- III. Länge des Perihels, die Summe der Länge des Knotens und des Perihelabstandes vom Knoten in der Bahnebene;
- IV. Mittlere tägliche Bewegung (tropisch, s. S. 72);
- V. Epoche oder Zeit des Periheldurchganges des Gestirnes;
- VI. Exzentrizität der Bahnellipse;
- VII. Bewegungsrichtung, ob rechtläufig oder (bei Kometen) retrograd; strenge genommen schon durch I mit bestimmt.

Gewissermaßen als achttes Element kann dann noch die Masse des Wandelsternes angesehen werden. Dieselbe ist bei Planeten, welche Monde haben, ziemlich leicht, im übrigen nur auf ziemlich verwickelten Umwegen zu erhalten.

Befänden wir uns auf der Sonne, so wären die meisten Elemente weit leichter durch direkte Beobachtung und Messung zu erhalten; unter den obwaltenden Umständen aber erwächst den Astronomen die mit elementaren Mitteln selbstredend nicht zu lösende Aufgabe, die Bahn aus drei vollständigen geozentrischen Beobachtungen zu berechnen. Handelt es sich um einen Planeten, so pflegt man, zur ersten Annäherung, kreisförmige, bei einem Kometen dagegen parabolische Elemente zu berechnen, denn alsdann fällt die Exzentrizität außer Betracht. Dieselbe ist, wenn a die große, b die kleine Halbachse der Bahn bedeutet, dem echten Bruche

$$\varepsilon = \frac{1}{a} \sqrt{a^2 - b^2}$$

gleich, und es leuchtet ein, daß dieses ε in zwei Fällen konstant wird: dann nämlich, wenn $a = b$ wird ($\varepsilon = 0$; Kreis) und dann, wenn a unendlich groß wird ($\varepsilon = 1$; Parabel).

Alle Betrachtungen dieses Paragraphen finden sich im Keime bereits vor in dem oben erwähnten Fundamentalwerke von Newton. Ihren Abschluß aber fand die Lehre von der Bahnbestimmung in dem von Gauss (1777—1854) im Jahre 1804 veröffentlichten unsterblichen Werke „*Theoria motus corporum coelestium sectionibus conicis solem ambientium*“^{*)}.

^{*)} So elementar, als sich der Gegenstand überhaupt abhandeln

§ 70. Die Bewegungsverhältnisse der Planeten, wie sie vor-
 stehend geschildert wurden, sind strenge genommen nur ideale Störungen im Planeten-
systeme.
 Durchschnittsverhältnisse; in Wirklichkeit bewirken die von
 den einzelnen Mitgliedern eines Zentralsystemes gegenseitig aus-
 geübten Anziehungen, daß jedes planetarische Individuum eine
 oszillierende, bald rechts, bald links, bald oben, bald unten von
 der mathematisch vorgezeichneten Bahn abweichende Trajektorie
 beschreibt. Man spricht deshalb von Störungen oder Pertur-
 bationen, welche, je nachdem ihre Wirkung sich nach kurzen
 oder nach sehr langen Fristen in der gleichen Weise wie früher
 äußert, in periodische und säkuläre eingeteilt werden. Es ist
 dies, wie man sieht, kein prinzipieller Gegensatz, sondern
 bloß ein gradueller Unterschied. Wie ungemein schwierig es
 ist, diese sekundären Einflüsse an der Hand der Rechnung zu ver-
 folgen, geht schon daraus hervor, daß der einfachste Fall, das
 außer dem Zentralgestirne nur zwei von diesem angezogene und
 sich selbst wechselseitig anziehende, d. h. störende Planeten be-
 handelnde Problem der drei Körper, nur durch Näherungs-
 methoden zu lösen ist. Zu diesem schon sehr schwierigen hat
 sich in neuerer Zeit noch das umgekehrte Störungsproblem
 hinzugesellt: aus den auf bekannte Körper ausgeübten
 Störungen Existenz und Bahnelemente eines noch un-
 bekannten störenden Körpers abzuleiten. Da der Planet
 Uranus sich anders bewegte, als er nach der Newtonschen Theorie
 sich bewegen sollte, so schloß man schon seit längerer Zeit darauf,
 daß noch jenseits des Uranus ein Planet um die Sonne gehen
 müsse, und 1846 bestimmten gleichzeitig Adams und Leverrier
 den Ort dieses Planeten. Unmittelbar darauf fand Galle in Berlin
 den divinatorisch entdeckten Stern wirklich im Fernrohre auf.
 Diese Doppelentdeckung kennzeichnet den höchsten Triumph der
 modernen theoretischen und beobachtenden Sternkunde.

§ 71. Das Gravitationsgesetz erklärt auch völlig befriedi-
 gend den schon früher (in § 49) seinem thatsächlichen Verlaufe Kausale Er-
klärung der
Präzession;
Nutation.
 nach beschriebenen Rückgang der Äquinoktialpunkte. Wäre
 die Erde eine homogene Kugel, so würde die Richtung der von
 der Sonne gegen die Erde geübten Anziehungskraft durch den
 Mittelpunkt der Kugel hindurchgehen, und die Stellung der

läßt, findet man alles hieher Gehörige dargestellt in Frischau's treff-
 licher Schrift „Theorie der Bewegung der Himmelskörper um die Sonne
 nebst deren Bahnbestimmung“ (Graz 1868).

Drehungsachse bliebe von ihr gänzlich unbeeinflusst; diese Achse bliebe sich bei der revolutorischen Bewegung der Erde unausgesetzt parallel. Da aber die Erde thatsächlich ein Ellipsoid ist, so können wir dasselbe, wie Fig. 43 ersehen läßt, in eine kon-

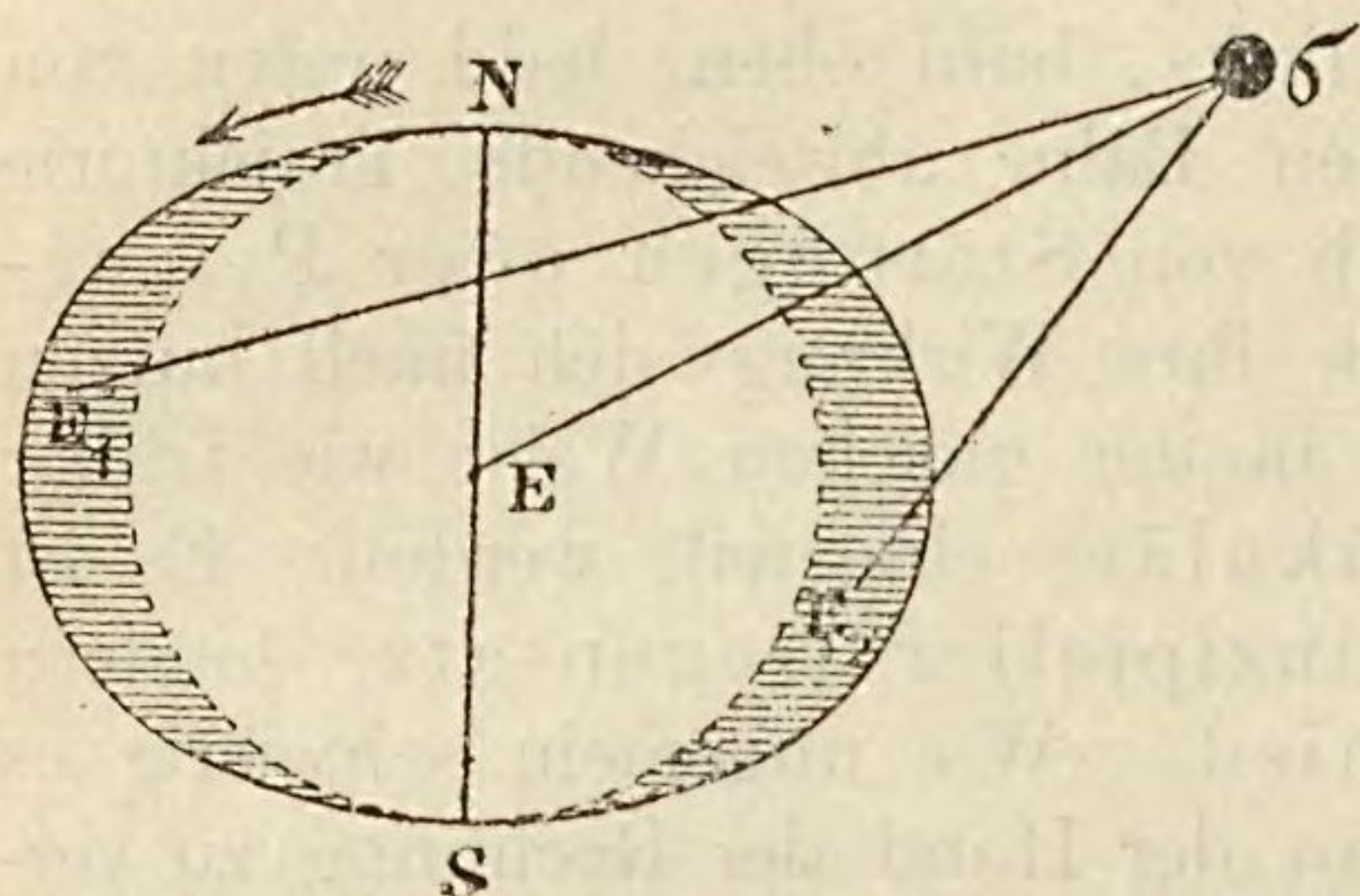


Fig. 43.

zentrische Kugel vom Mittelpunkt E , welche das Ellipsoid in den beiden Polen N und S berührt, und in zwei ellipsoidische Wülste zerlegen, deren Dicke am Äquator am größten ist. Diese Wülste sind in der Figur schraffiert. Die Gesamtattraktion, welche von der Sonne σ ausgeht, zerlegt sich demgemäß in die drei Kräfte $\sigma E, \sigma E_1$

und σE_2 , welche resp. durch den Erdmittelpunkt und durch die Schwerpunkte E_1 und E_2 der beiden ellipsoidischen Schalen hindurchgehen. Da nun die auf E_2 ausgeübte Anziehung, weil die Massen gleich sind, aber $\sigma E_2 < \sigma E_1$ ist, die gegen E_1 gerichtete übertrifft, so folgt nach einem Lehrsatz der theoretischen Mechanik:

Bei ungeänderter Rotationsdauer dreht sich die Erdachse, unter konstanter Neigung gegen die Ekliptik, langsam um eine nach den Ekliptikpolen gerichtete Achse und zwar in einem dem der Erddrehung entgegengesetzten Sinne.*)

Der hiebei beschriebene Kegelmantel ist jedoch keine Kreiskegelfläche im geometrischen Sinne, vielmehr ist dieselbe wellenförmig gefurcht. Im Verlaufe von 18,6 Jahren rücken nämlich, wie Bradley zuerst entdeckte, die Knoten der gegen die Ekliptik geneigten Mondbahn (s. S. 18) einmal durch die Peripherie der ersteren hindurch, und so entstehen Schwankungen, deren Amplitude bis auf $18''$ steigt. Es ist dies die von D'Alembert auf

*) Die Präzession bewirkt u. a. auch, daß kein Stern auf die Dauer Polarstern (s. S. 14) bleiben kann; auch derjenige, welcher gegenwärtig diesen Namen führt, wird in folgenden Jahrhunderten sich weiter und weiter vom nördlichen Himmelspole entfernen. Überhaupt stellen sich für den Horizont jedes einzelnen Ortes im Laufe der Zeit Veränderungen in der Physiognomie des gestirnten Himmels heraus. Vor 1800 Jahren z. B. war das Sternbild des südlichen Kreuzes, welches jetzt von Vielen als Hauptschmuck des südlichen Firmamentes gerühmt wird, in ganz Deutschland sichtbar.

Unregelmäßigkeiten in der Anziehung der beteiligten Weltkörper zurückgeführte Nutation der Erdachse.

Zehntes Kapitel.

Übersicht der beschreibenden Astronomie; Astrophysik.

§ 72. Die beschreibende oder topographische Astro-
nomie hat, dem Wortlaute gemäß, den Zweck, die individuellen
Eigentümlichkeiten sowohl der einzelnen Himmelskörper selbst
als auch der Gruppen aufzuklären, zu welchen mehrere derselben
verbunden sind. Konnte dieses Ziel früher ausschließlich durch
Verbesserung der Teleskope und der an denselben anzubringenden
mikrometrischen Vorrichtungen angestrebt werden, so ver-
fügt man in neuerer Zeit noch weiter über die äußerst kräftigen
Hilfsmittel der Astrophotographie und Spektralanalyse. So
entstand ein eigener neuer Zweig der Sternkunde, die Astro-
physik.

Beschrei-
bende Astro-
nomie und
Astrophysik;
Spektral-
analyse.

Nachdem einmal die Kunst, Lichtbilder aufzunehmen, bis zu einer gewissen Vollkommenheit gebracht war, dachte man auch sofort daran, sie auf himmlische Objekte anzuwenden, aber längere Zeit blieben diese Versuche erfolglos, und erst Arago gelang es gegen Ende der vierziger Jahre, auf Chlorsilber eine Abbildung des sichelförmigen Mondes zu erhalten. Seitdem ist man in der Erfindung geeigneter lichtempfindlicher Stoffe sehr viel weiter gekommen; die Exponierung der Platte braucht nur noch kurze Zeit zu dauern, und auch die Entwicklung und Fixierung der Bilder vollzieht sich mit ungleich größerer Sicherheit. England, Frankreich und Deutschland, welch letzteres im astrophysikalischen Observatorium (Sonnenwarte) bei Potsdam ein vortrefflich eingerichtetes Institut für alle derartigen Untersuchungen besitzt, haben wetteifernd auf diesem Gebiete gewirkt, ebenso wie auf demjenigen, zu dessen Erörterung wir nunmehr übergehen.

Mit der Spektroskopie hat es folgende Bewandnis. Newton hatte als der erste gründlich die Erscheinungen studiert, welche sich ergeben, wenn ein dünnes Bündel von Sonnenstrahlen

(Fig. 44), wie es etwa durch ein Loch im Fensterladen in ein sonst ganz verdunkeltes Zimmer eindringt, auf ein Glasprisma (vom Querschnitt eines gleichschenkligen Dreieckes ABC) auf-

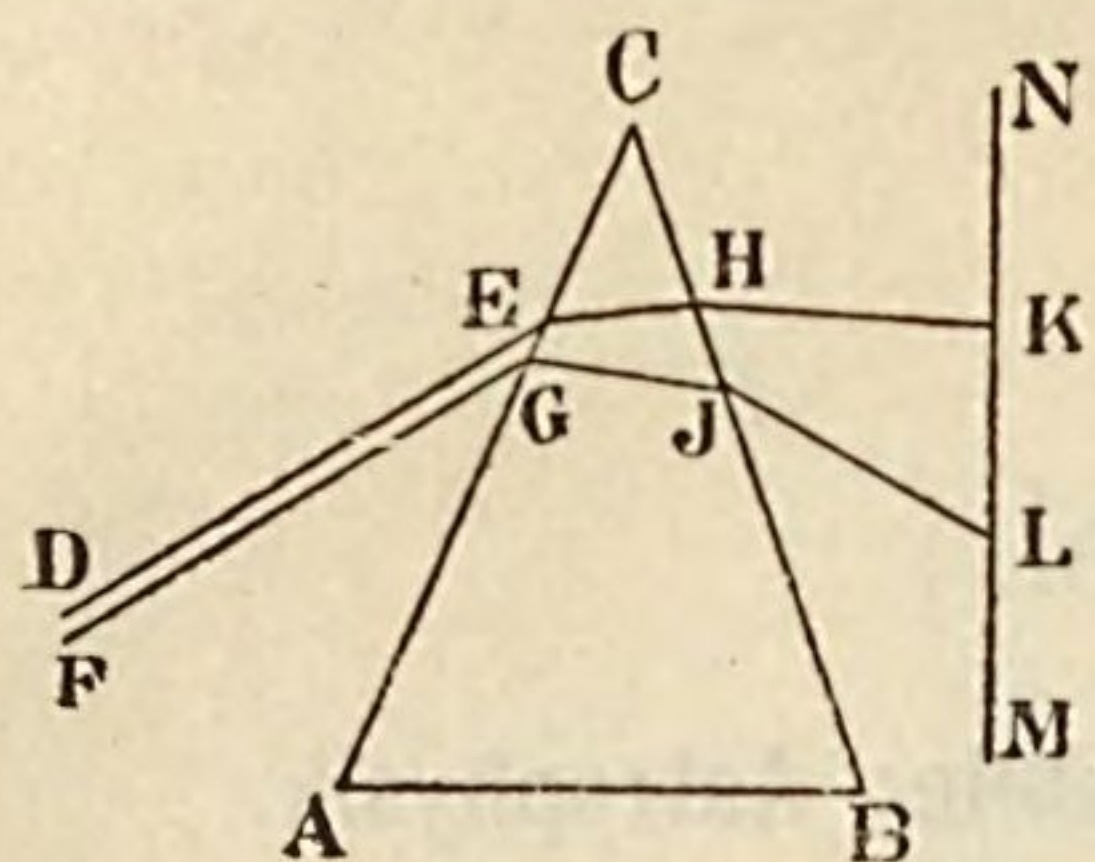


Fig. 44.

fällt, dasselbe durchdringt und nach seinem Austritte auf einer weissen Wand MN aufgefangen wird. An Stelle eines kleinen erleuchteten Fleckes erhält man ein längliches Rechteck mit abgerundeten Ecken, das sogenannte Sonnenspectrum, in welchem von K gegen L Farbenbänder aufeinanderfolgen. Newton unterschied die sogenannten sieben Regenbogenfarben

Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett, doch ist diese Trennung eine ziemlich willkürliche, und es sind in Wahrheit alle möglichen Farbentöne vorhanden. Die roten Strahlen, welche den Weg $DEHK$ verfolgen, sind die am wenigsten gebrochenen und zugleich die wärmsten; die den Weg $FGJL$ verfolgenden violetten Strahlen sind die am stärksten gebrochenen und zugleich die chemisch aktivsten. Der Übergang von einer Farbennuance zur anderen ist insofern kein kontinuierlicher, als bereits Wollaston und Fraunhofer im Spektrum eine große Anzahl dunkler Streifen erkannten. Man bezeichnet dieselben als Fraunhofersche Linien; von etwa 2000 derselben ist die Lage gemessen, und es ist so eine sehr genaue Orientierung im Spektrum ermöglicht worden.

Bisher hatten wir es mit gewöhnlichem Sonnenlichte zu thun, aber die Verhältnisse ändern sich, sobald das von anderen leuchtenden Körpern ausgesandte Licht prismatisch zerlegt wird. Bunsen und Kirchhoff, durch deren Zusammenwirken im Jahre 1859 die neue Methode der Spektralanalyse entstand, gründeten dieselbe auf folgenden — neuen Forschungen zufolge allerdings nur mit einigen Einschränkungen giltigen — Erfahrungssatz:

Bringt man in eine Flamme irgend einen Stoff und zerlegt das Licht dieser glühenden Substanz, so hat im Vergleiche mit dem prismatischen Sonnenbilde eine Umkehrung des Sonnenspektrums stattgefunden, d. h. an die Stelle der durch dünne schwarze Striche unterbrochenen Farbenbänder sind dunkle Bänder mit eingestreuten gefärbten Streifen getreten. Diese Streifen erscheinen, solange der verbrennende Stoff derselbe ist, immer am gleichen Orte.

Nach Kirchhoff darf man annehmen, daß für jeden Stoff Emissions- und Absorptionsvermögen gleich sind. Ein im Glühzustande befindliches Gas sendet Lichtwellen von einer gewissen Wellenlänge λ aus und läßt Strahlen von einer anderen Wellenlänge fast unbehelligt durch; sobald aber Strahlen, denen dieselbe Wellenlänge λ zukommt, das Gas zu durchdringen versuchen, werden sie von diesem verschluckt und thatsächlich ausgelöscht.

Aus der Anwesenheit farbiger Lichtlinien in einem sonst kontinuierlichen Spektrum geht also das Vorhandensein gewisser chemischer Grundstoffe in der das Spektrum liefernden Lichtquelle hervor.*)

Untersucht man nun weiter spektralanalytisch das von einzelnen Himmelskörpern uns zugesendete Licht und erkennt man in dem betreffenden Spektrum abermals die bestimmenden Zeichen irdischer Elementarstoffe, so bleibt einzig und allein diese Annahme übrig:

Die von dem Gestirne ausgegangenen Lichtstrahlen müssen, ehe sie an die Aussenseite unserer Erdatmosphäre gelangten, durch eine jenen Himmelskörper umgebende Gas- und Dampfhülle gedrungen sein, welche die betreffenden metallischen und sonstigen Stoffe in aufgelöstem Zustande enthielt und so die Umkehrung des Spektrums veranlaßte.

Auf der soeben festgestellten Thatsache beruht die Spektralanalyse der Himmelskörper (Astrochemie). Um die Fortbildung derselben haben sich hauptsächlich die Deutschen Zöllner und Vogel, der Franzose Janssen, die Engländer Huggins und Lockyer und der Italiener Secchi verdient gemacht.

Wir wenden uns nun zu einer gedrängten Detailbeschreibung der einzelnen Mitglieder unseres Sonnensystemes.

*) Durch diese Entdeckung wurde der unter dem Namen analytische Chemie bekannte Zweig der Scheidekunst um ein neues, überaus feines und verwendbares Verfahren bereichert. Während die aristotelische Naturphilosophie nur vier Elemente anerkennen wollte, zählt man heute mehr denn 60 Stoffe, welche einer weiteren Zerlegung nicht mehr fähig erachtet werden. Noch 1886 entdeckte Winkler das Germanium. Mehrere unter den erst in den letzten Jahrzehnten neu aufgefundenen Elementen sind eben auf spektralanalytischem Wege zuerst als solche erkannt worden, so das Lithium, Thallium, Rubidium, und es ist sehr wohl möglich, daß eben dieser Methode die Entdeckung noch manches anderen Grundstoffes gelingen werde.

Die Sonne.

§ 73. I. Die Sonne als Zentralkörper. Wahrer Durchmesser etwa 1 392 000 km. Dichte gleich $\frac{1}{4}$ der Erddichte. Die Sonne rotiert um ihre Achse in $25^d 4^h$ *). Die Intensität des Sonnenlichtes ist eine so bedeutende, daß keine irdische Lichtquelle dagegen irgend aufzukommen vermag.

An der Sonne entdeckten fast gleichzeitig zu Anfang des XVII. Jahrhunderts Fabricius, Galilei und Scheiner dunkle Punkte, die sogenannten Sonnenflecke, und zumal der letztgenannte widmete sich andauernd dem Studium dieser Erscheinung. Man bemerkte bald, daß an anderen Punkten der Sonnenscheibe Stellen von erhöhter Leuchtkraft, die Sonnenfackeln, bemerklich wurden. Eine einigermaßen befriedigende Erklärung dieser Ungleichförmigkeiten der Lichtverteilung liefs lange auf sich warten. Erst nachdem man durch die Spektralanalyse zu der Überzeugung gelangt war, daß sehr viele unserer Erdmetalle — so Eisen, Nickel, Zink, Kupfer; Gold jedoch nicht — im gasförmigen Zustande auf der Sonne vorhanden sein müßten, kam man zu folgendem Ergebnisse:

Die Sonne ist zweifellos ein in andauerndem Glühzustande befindlicher Körper; die Flecke sind nach Kirchhoff in der gasförmigen Sonnenatmosphäre schwimmende Wolkenmassen, nach Zöllner schlackenartige, durch Wärmestrahlung und dadurch bedingte Abkühlung aus der glühendflüssigen Sonnenoberfläche ausgeschiedene Kondensationsprodukte.

Durch fleißige Ausnützung der bei totalen Sonnenfinsternissen erzielten Beobachtungen wurden noch weitere Aufschlüsse über die Natur des Sonnenkörpers erhalten. Noch in großer Entfernung umgibt denselben eine Hülle von Gasen in teilweise so verdünntem Zustande, wie wir ihn in unseren Laboratorien gar nicht herzustellen vermögend sind. Diese Hülle führt den Namen der Korona. Noch über deren Grenzen ragen nicht selten hinaus

*) Diese Zahl ist als eine absolut genaue deshalb nicht zu betrachten, weil in der fluktuierenden Sonnenoberfläche alle möglichen Eigenbewegungen auftreten. Gemessen wird die Rotationsdauer dadurch, daß man einen wenig veränderlichen Fleck so lange verfolgt, bis er der Erde gegenüber dieselbe Position, wie früher, einnimmt, wobei dann aber auch der Umstand, daß die Erde sich inzwischen fortbewegte, in Rechnung zu ziehen ist. Ist ein solcher Fleck 13 Tage sichtbar, 14 Tage unsichtbar gewesen, und hat die Erde in dieser Zeit eine Winkelbewegung von 26° gehabt, so beträgt die scheinbare Rotationsdauer 27 Tage, aber die wahre (x) muß aus der Proportion $(360 + 26) : 360 = 27 : x$ gefunden werden.

phantastisch gezackte, rötlich schimmernde Ausstrahlungen, die Protuberanzen. Auf Grund des spektroskopischen Befundes erblickt man in diesen jetzt allgemein kolossale Eruptionen von Wasserstoffgas.

Nach R. Wolf (Zürich) hält die Sonnenfleckenfrequenz eine sehr regelmäßige Periode von 11,11 Jahren ein, nach deren Ablauf die Flecke in ziemlich der gleichen Häufigkeit und heliographischen Verteilung wiederkehren. Auch weisen die Variationen der Elemente des Erdmagnetismus und die Häufigkeit der Polarlichter, in welchen letzteren jetzt ausnahmslos ein magnet-elektrischer Ausgleichsvorgang erkannt wird, ganz die gleiche Periode auf, so daß also die Wahrscheinlichkeit eines inneren Zusammenhanges zwischen gewissen auf Sonne und Erde sich abspielenden physikalischen Prozessen ein sehr hoher geworden ist.

§ 74. I. Die Vermutung, daß zwischen Merkur und Sonne sich um diese noch ein innerster, bisher nur in Ausnahmefällen sichtbar gewordener Planet bewege, den man vorsorglich Vulkan benannte, hat sich bisher nicht bestätigt. Unmöglich jedoch ist das Vorhanden eines solchen Planeten von überaus geringer Elongation (s. S. 18) keineswegs.

Die unteren Planeten.

II. Die unteren Planeten. a) Merkur. Wahrer Durchmesser 4800 km. Dichte gleich 1,17 der Erddichte. Mittlere Sonnendistanz 58 000 000 km. Siderische Umlaufszeit $87^d 23^h 16^m$. Rotationsdauer nicht mit Sicherheit ermittelt.*) Eine dichte Atmosphäre des anscheinend nur wenig abgeplatteten Planeten scheint außer Zweifel zu stehen.

b) Venus. Wahrer Durchmesser 12 700 km (nach neueren Bestimmungen, während früher nur etwa 9800 km angenommen wurden). Dichte gleich 0,81 der Erddichte. Mittlere Sonnendistanz 108 000 000 km. Siderische Umlaufszeit $224^d 16^h 50^m$. Hinsichtlich der Umdrehungsdauer gilt für Venus das gleiche wie für Merkur. Die Existenz eines Venusmondes wurde lange behauptet, jedoch ohne zureichende Begründung. Spuren von

*) Schiaparelli glaubt entdeckt zu haben, daß Venus und Merkur, ganz ebenso wie unser Erdmond, in eben derselben Zeit, in der sie sich einmal um das Zentralgestirn bewegen, eine Drehung um ihre Achse vollenden; für diese Planeten würden mithin Jahr und Tag übereinstimmende Begriffe sein. Indessen darf diese Wahrnehmung des berühmten Mailänder Astronomen noch keineswegs als eine ganz unbestrittene Thatsache hingenommen werden.

Dämmerung, also einer Atmosphäre, können als gesichert gelten, wie denn der Planet auch neben dem reflektierten Sonnenlichte ein ihm eigenes, phosphoreszierendes Licht ausstrahlen scheint. Venus ist nach Sonne und Mond das hellste Gestirn; ihre Leuchtkraft beträgt bei günstigstem Stande, nach Seidels photometrischen Messungen, das vierzigfache derjenigen des hellen Fixsternes Kapella (s. S. 13), und auch der Schatten der durch Venus beleuchteten Gegenstände ist alsdann deutlich erkennbar.

Die Erde;
Wesen der
physikali-
schen Geo-
graphie.

§ 75. III. Erde. Über diesen Himmelskörper, das eigentliche Objekt der mathematischen Geographie, ist bereits in den vorigen Kapiteln das Erforderliche beigebracht worden. Hier möge nur bemerkt werden, daß dieser Disziplin als koordiniertes Glied im Systeme der Wissenschaften die physikalische Geographie oder Geophysik zur Seite steht, welche wieder nach drei Fächern sich gliedert. Wir unterscheiden die von der Geognosie eingeleitete Geologie als die Lehre von den in der Lithosphäre, d. h. in der Erdrinde und im Erdinneren selbst thätigen Kräften, die Hydrographie oder Lehre von der Hydrosphäre, welche selbst wieder in Meereskunde und Geographie der Binnengewässer zerfällt, und endlich die Meteorologie, welche als Physik der Atmosphäre die in unserer Lufthülle vor sich gehenden Veränderungen wissenschaftlich betrachtet und, je nachdem sie das Veränderliche oder das Stabile in den Vordergrund stellt, zur meteorologischen Dynamik oder zur Klimatologie wird.

Eingehendere Erörterung geophysikalischer Fragen würde hier zu weit führen. Allerdings ist die Grenzlinie zwischen mathematischer und physikalischer Geographie nicht ganz leicht zu ziehen, doch kann man sagen, daß ersterer alle die Aufgaben zuzuweisen sind, welche sich auf Gestalt und Gröfse der Erde, Ortsbestimmung auf der Erde und Bewegung der Erde im Raume beziehen.

§ 76. Erdmond. Wahrer Durchmesser 3475 km. Dichte gleich 0,605 der Erddichte. Mittlere Erddistanz 384 000 km (angenähert 50 000 Meilen). Wegen der Umlaufszeit vgl. § 50. Umlauf- und Rotationszeit sind einander genau gleich, weswegen uns der Mond stets die nämliche Seite zukehren muß, abgesehen allerdings von kleineren Achsenschwankungen oder Librationen, welche bewirken, daß uns auch ein kleiner Teil der abgewendeten Mondhalbkugel sichtbar wird. Spuren von Dämmerung

sind auf dem Monde so gut wie gar nicht wahrzunehmen, und bei Sternbedeckungen verschwindet der Stern blitzschnell am Mondrande. Der Mond besitzt sonach jedenfalls nur eine sehr dünne Atmosphäre und ganz sicher auch kein Wasser. Die von ihm ausgestrahlte Wärme ist so geringfügig, daß es zu deren Nachweise eines besonderen, sehr feinen Apparates — des Thermomultiplikators von Melloni — bedarf. So lange der Mond als dünne Sichel erscheint, sieht man nicht selten auch den dunklen Teil der Scheibe in mattem Schimmer erglänzen. Dies ist das aschgraue Licht des Mondes, der Reflex des von der Erde ihrem Trabanten zugesendeten Sonnenlichtes, welches sonach erst nach zweimaliger Zurückwerfung in unser Auge gelangt.

Schon mit freiem Auge bemerken wir an der Mondscheibe ein Gemisch heller und dunkler Flecke, das sogenannte Gesicht im Monde, worüber aus spätgriechischer Zeit eine angeblich von Plutarch herrührende Schrift existiert. Die Beobachtung mit guten Fernrohren ergab, daß an der Mondoberfläche ausgedehnte Tiefebene, irrig früher als Meere bezeichnet, mit gebirgigen Gegenden von ausgesprochen vulkanischem Charakter abwechseln. Was die Messung der Höhen dieser Berge anlangt, so kann dieselbe stets nur relative Werte — der Erhebung über die nächst benachbarte Ebene —, nicht aber absolute liefern, da für diese das normale (Wasser-) Niveau fehlt. Durch zwei Methoden hat man aber nachzuweisen vermocht, daß die Mondberge im allgemeinen höher als die Erdberge sind, d. h. daß die Höhen der ersteren größeren Bruchteilen des Halbmessers der Mondkugel gleichkommen. Was diese Messungsmethoden selbst anbelangt, so sei über sie folgendes bemerkt. Da die Berge in der dünnen Atmosphäre einen äußerst scharf begrenzten Schatten werfen, so kann man aus der Schattenlänge im Zusammenhalt mit der bekannten Höhe der Sonne über dem Horizonte des betreffenden Mondortes den vertikalen Abstand der Bergspitze von der Schattenebene trigonometrisch berechnen. Das andere Verfahren fußt auf der Wahrnehmung, daß oft jenseits der Grenze, welche den beleuchteten und dunklen Teil der Mondscheibe trennt, die Gipfel der Berge bereits zu leuchten be-

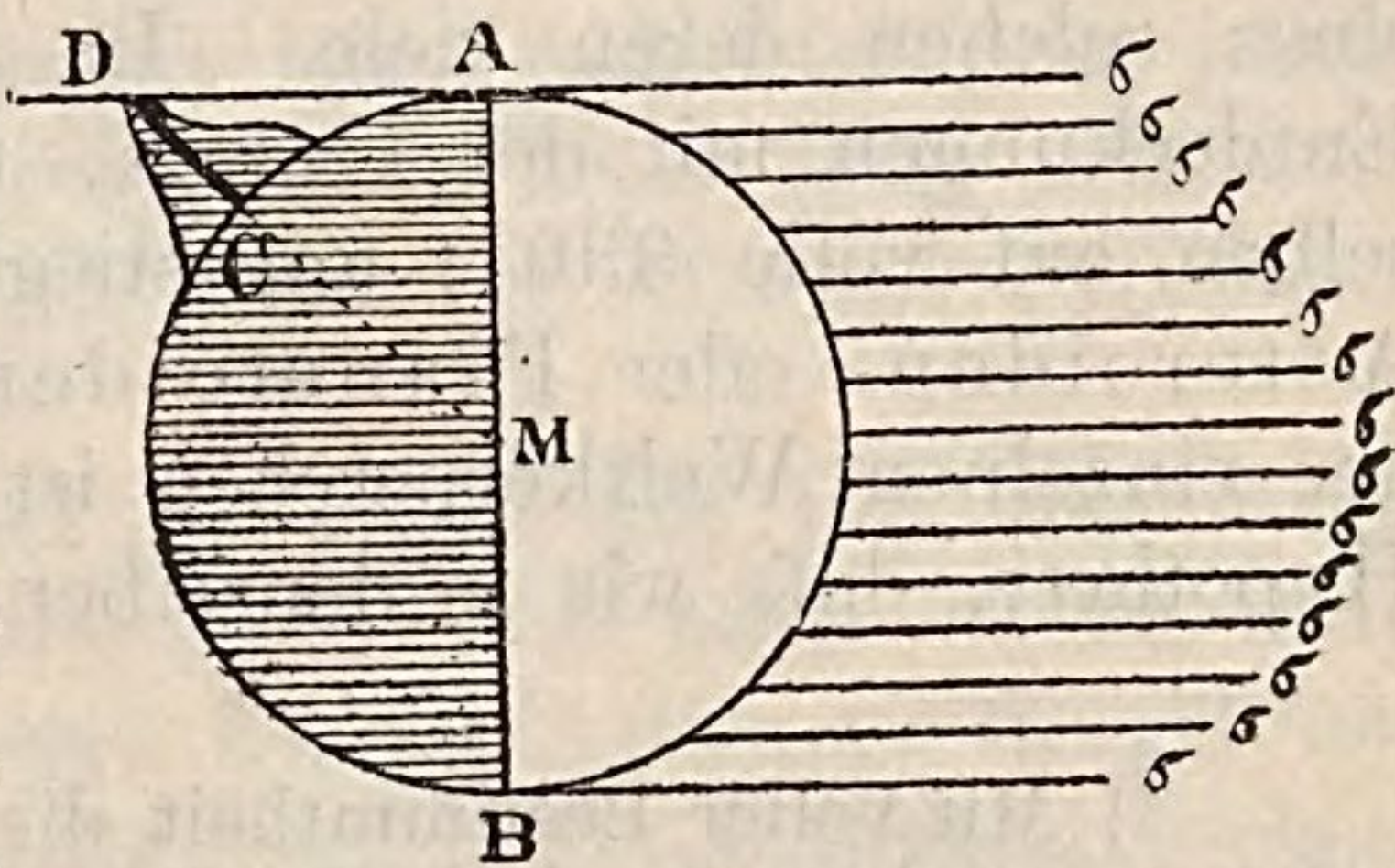


Fig. 45.

ginnen, während ihre unteren Partien noch in tiefer Finsternis verborgen liegen. Stellt σ (Fig. 45) das von der Sonne auf die Mondkugel vom Mittelpunkt M und vom Radius r fallende Parallelstrahlenbündel, AB die zu dessen Richtung senkrechte Schattengrenze und D den von den Strahlen der aufgehenden Sonne getroffenen Berggipfel vor, denkt man sich ferner, das Verhältnis der Entfernung $DA = a$ zum Mondradius MC sei auf mikrometrischem Wege ermittelt, so läßt sich die gesuchte Höhe durch die Formel bestimmen: $CD = \sqrt{a^2 + r^2} - r$.

Die oberen
Planeten.

§ 77. IV. Obere Planeten. a) Mars. Wahrer Durchmesser 6770 km. Dichte gleich 0,71 der Erddichte. Mittlere Sonnendistanz 227 000 000 km. Siderische Umlaufszeit $686^d 23^h 30^m$. Rotationsdauer $24^h 37^m 23^s$. Mars hat (s. S. 93) eine sehr exzentrische Bahn und, nach Hartwig, eine sehr merkliche, die der Erde übertreffende Abplattung. Da uns dieser Planet mitunter ziemlich nahe kommt, so hat man von seiner Oberfläche ziemlich genaue Karten entwerfen können. Charakteristisch sind für Mars zwei weißse Flecke, welche sich, wenn auch nicht konzentrisch, um die Pole herumlegen, mit den Jahreszeiten an Gröfse wechseln und nach allgemeiner Ansicht als Schnee- und Eismassen aufzufassen sind.

Begleitet wird Mars von zwei Satelliten, Deimos und Phobos genannt, die überaus klein sind und ebendeshalb erst 1877 von Hall in Washington entdeckt wurden. Ihre Umläufe um den Hauptplaneten vollenden diese Mündchen bezüglich in $7^h 39^m$ und $30^h 18^m$.

b) Der Asteroidenring. Nachdem schon seit Kepler zu wiederholten malen auf eine zwischen Mars und Juppiter klaffende Lücke hingewiesen worden war, stellte man Nachforschungen nach dem fehlenden Planeten an und entdeckte statt eines solchen deren viele. Im Jahre 1800 begann Piazzi die Entdeckungen mit der Ceres, und seitdem ist die Anzahl derselben auf volle 330*) angestiegen, die in ihrer Gesamtheit den Asteroiden- oder Planetoidenring erfüllen. Die Umlaufszeit der einzelnen Weltkörperchen ist eine sehr verschiedene, was der Hypothese, daß wir in denselben Bruchstücke eines zersprungenen

*) Mit voller Bestimmtheit die Anzahl aller bekannten kleinen Planeten anzugeben, ist deshalb nicht gut möglich, weil in einzelnen Fällen die Möglichkeit, daß zwei anscheinend verschiedene stellare Individuen nachträglich identifiziert werden müssen, nicht ausgeschlossen ist.

Planeten zu sehen hätten, widerspricht. Hilda z. B. läuft in $7^a 308^d$, Medusa dagegen in $3^a 41^d$ um die Sonne. Die Asteroiden sind die einzigen Planeten, deren Bahnebenen — teilweise — sehr große Neigungswinkel mit der Ekliptik bilden.

c) Jupiter. Wahrer Durchmesser (im Mittel, da die Abplattung eine bedeutende ist) 142 000 km. Dichte gleich 0,24 der Erddichte. Mittlere Sonnendistanz 777 000 000 km. Siderische Umlaufszeit $4332^d 14^h 3^m$. Rotationsdauer gegen 10^h . Jupiter ist der größte und nach der Venus hellste Planet; auf seiner Oberfläche bemerkt man dunkle, wolkenartige Streifen, deren Richtung die des Äquators ist, und einen gewissen roten Fleck, der bald mehr, bald weniger sichtbar ist und auf alle Fälle als ein meteorologisches Gebilde betrachtet werden zu müssen scheint.

Jupiter ist umgeben von vier Monden, die resp. in $1^d 18^h 27\frac{1}{2}^m$, $3^d 13^h 13\frac{3}{4}^m$, $7^d 3^h 42\frac{1}{2}^m$, $16^d 16^h 32\frac{1}{6}^m$ ihren Hauptplaneten umkreisen. Als Entdecker wird gewöhnlich Simon Marius (Mayr) von Gunzenhausen genannt, der aber möglicherweise nur bekannt machte, was er von Galilei erfahren hatte.

d) Saturn. Wahrer Durchmesser 119 000 km im Äquator, 106 000 km zwischen den Polen. Dichte gleich 0,13 der Erddichte. Mittlere Sonnendistanz 1420 000 000 km. Siderische Umlaufszeit $10746^d 22^h 30^m$. Rotationsdauer (nach Herschel und Hall) $18^h 14^m 24^s$. Beobachtung und spektroskopische Analyse stimmen darin überein, daß die physische Beschaffenheit der Planeten Jupiter und Saturn wesentlich die gleiche ist.

Huygens, Cassini und W. Herschel fanden nach und nach Saturnmonde auf, deren innerster nicht ganz einen Tag, deren äußerster $21^d 8^h$ zu seinem Umlaufe benötigt. Außerdem umschließt, wie Huygens im Jahre 1659 feststellte, die Planetenkugel ein dünner, konzentrischer Ring, in welchem man seitdem eine mehrfache Teilung konstatiert hat. Aus Seeligers photometrischen Studien dürfte hervorgehen, daß dieser Ring kein kompakter Körper, sondern ein Aggregat sehr kleiner selbständiger, sphärischer Massen ist.

Frage. Man bestimme mit Rücksicht auf Fig. 46, worin S den Mittelpunkt von Saturn und Ring, AB einen in die Ringebene fallenden Saturndurchmesser, $CC'B'D$ den die Kugel umgebenden Ring bezeichnet, unter welcher „kronographischen“ Breite ein Bewohner Saturns gerade den äußeren und gerade den inneren Rand des Ringes sich eben über seinen Horizont

kommen werde, die Wiederkehr auch dieser Irrsterne vorauszusagen, hat sich in unseren Tagen erfüllt. Von den Kometen mit kürzerer Umlaufszeit merke man drei als besonders wichtig: den Halleyschen, der 1682 erschien, nach Halleys richtiger Berechnung sich 1759 wieder zeigte und auch 1835 richtig wieder eintraf; den Bielaschen, der im Jahre 1846 das merkwürdige Ereignis einer Kometenteilung zu schauen gab; und den Enkeschen, der bloß 3,3 Jahre zur Durchlaufung seiner wenig exzentrischen Bahn beansprucht. Auch vermochte man von sehr vielen bei antiken und mittelalterlichen Schriftstellern erwähnten Kometen nachträglich die Bahnelemente (s. § 69) zu erhalten.

Über das Material, aus dem sich Kometenkern und Kometenschweif zusammensetzen, läßt sich nur aussagen, daß es von überaus zartem Gefüge sein muß; auch leuchtet anscheinend die Mehrzahl der Schweifsterne sowohl mit erborgtem als auch mit eigenem Lichte. Neuere Beobachtungen machen es wahrscheinlich, daß die Schweifbildung ein elektrisches Phänomen ist, hervorgerufen durch die starke elektrische Spannung an der Sonnenoberfläche, infolge deren die mit entgegengesetzter Elektrizität behafteten Bestandteile des Kometen sich jenseits des Kernes anzusammeln gezwungen werden. Damit ließe sich gut der Umstand vereinbaren, daß, wie Apian schon 1532 bemerkte, der Kometenschweif sich fast regelmäÙig von der Sonne abwendet.

b) Sternschnuppenschwärme. Die Sternschnuppen oder Meteorite, im Falle besonderen Glanzes auch Feuerkugeln genannt, sind kleine im Weltraume sich frei umhertreibende Körperchen, welche ab und zu in die Anziehungssphäre der Erde geraten und dann zur Erde fallen. Ihre chemische Zusammensetzung ist wesentlich die der uns bekannten irdischen Körper; Steinmeteorite sind weit weniger häufig als Eisenmeteorite. Indem Schiaparelli die Bahnen einzelner Aggregate oder Schwärme solcher Körperchen berechnete, gelangte er zu folgendem hochwichtigen Resultate*):

Die Sternschnuppenschwärme bewegen sich groÙen-

*) Neuere Forschungen machen es so gut wie gewiß, daß der folgende Satz einer Einschränkung bedarf. Er gilt nämlich bloß für jene kosmischen Umhertreiber, denen eine nicht zu groÙe, wie man sagt, eine planetarische Geschwindigkeit zukommt. Jene Meteorite dagegen, die mit einer in unserem Planetensysteme sonst nicht vorkommenden Schnelligkeit sich bewegen, sind vielleicht Abkömmlinge eines Fixsternes, von dessen Körper sie mit ungeheurer Anfangsgeschwindigkeit fortgeschleudert worden sein müßten.

teils in ganz denselben elliptischen Bahnen um die Sonne, wie gewisse Kometen; letztere dürfen demnach als Anhäufungen von Meteoriten aufgefasst werden und vermögen unter Umständen sich in Schwärme aufzulösen.

Wenn die Erde einen solchen Meteoritengürtel in ihrer Bahn kreuzt, so nimmt man einen förmlichen Sternschnuppenregen wahr, so besonders um die Zeit des 10. August und 12. November. Die feurigen Meteore scheinen dann stets von der nämlichen Stelle des Himmelsgewölbes, dem Radiationspunkte, herzukommen, und da in den beiden genannten Fällen der Radiationspunkt bezüglich in den Sternbildern des Perseus und des Löwen gelegen ist, so bezeichnet man August- oder Novemberschwarm als die Perseiden und Leoniden.

c) Tierkreislicht. Am schönsten unter den Tropen, weniger deutlich jedoch auch in gemäßigter Zone, erblickt man häufig — kurz nach Sonnenuntergang im Frühling, kurz vor Sonnenaufgang im Herbst — am West- resp. Osthimmel einen matten pyramidal sich erhebenden Lichtschimmer von elliptischer Form. Da die Achse der Ellipse annähernd mit der Ekliptik zusammenfällt, so brachte Dominic Cassini für diese Erscheinung den Namen Zodiakal- oder Tierkreislicht in Vorschlag. Über die eigentliche Natur desselben gibt es zwar mehr oder minder einleuchtende Hypothesen, nicht aber eine allseitig angenommene Theorie.

Kosmo-
gonische Hy-
pothese von
Kant-
Laplace.

§ 79. Um die Entstehung und Anordnung des Sonnensystemes a priori zu erklären, hat Kant eine Hypothese ausgedacht, welche von Laplace selbständig aufgenommen und erheblich vervollkommen ward, so daß jetzt gewöhnlich von einer Kant-Laplaceschen Kosmogonie die Rede zu sein pflegt. Es wird angenommen, daß eine Kugel vom Radius der Neptunbahn mit homogenem, äußerst fein differenziertem Stoffe erfüllt war, und daß diese durch einen — nicht näher zu bestimmenden — Anstoß in Drehung um eine feste Achse versetzt wurde. Infolge der Zentrifugalbeschleunigung lösten sich zunächst längs des Äquators die Bestandteile dieser Kugel los und bildeten vorerst Ringe, deren Teile sich aber dann zu einer neuen kleinen Kugel — dem jetzigen Neptun — zusammenballten. Aus der Oberfläche der kleineren Kugel, zu welcher der Hauptkörper zusammengeschrumpft war, ging dann Uranus hervor, und so fort. Von den einzelnen Planeten sonderten sich wieder neue Ringe ab, welche nur aus-

nahmsweise (Saturn) länger fortbestanden, gewöhnlich aber in Monde sich auflösten. Der Umstand, daß die größeren und von der Sonne entfernteren Planeten noch jetzt nicht den bei Erde und Mars längst erreichten Konsistenzgrad erlangt haben, vereinbart sich sehr gut mit dieser Hypothese. Die massigen Himmelskörper Jupiter und Saturn dürften sich ähnlich, wie die Sonne selber, erst in halb- oder gar ganzflüssigem Zustande befinden, bei der mittelgroßen Erde ist dagegen bereits eine erstarrte Kruste vorhanden, und der kleine Erdmond ist durch und durch starr, eine ausgebrannte Schlacke.

Der belgische Physiker Plateau suchte diese kosmischen Prozesse durch einen hübschen Versuch zu versinnlichen. Er regulierte Öltropfen so, daß sie in einer Weingeistmischung von genau gleichem spezifischen Gewichte schwebten, und erteilte diesen Kugeln dann mittelst durchgesteckter Drähte eine Achsendrehung. Die allmähliche Abplattung der Kugeln, die Abtrennung von Ringen, deren Zerreißung und Übergang in sekundäre Kügelchen läßt sich durch diese Vorrichtung unmittelbar demonstrieren.

§ 80. Wir gehen jetzt zum Fixsternhimmel über, dessen Besonderheiten sich etwa nach folgendem Schema klassifizieren lassen.

Beschreibung des
Fixstern-
himmels.

I. Helligkeit der Fixsterne; veränderliche Fixsterne. Nach ihrer Helligkeit werden die Fixsterne in Größenklassen eingeteilt; die sechs ersten Klassen sind einem normalen Auge ohne Bewaffnung sichtbar. Der hellste Fixstern, den die Bewohner Deutschlands erblicken, ist α Canis Majoris oder Sirius. Ein gewöhnliches Auge unterscheidet 3—4000 Sterne am Himmel Europas, und es ist deshalb zu verwundern, daß der erste Sternkatalog, der des Ptolemäus, welcher doch unter sehr günstigen Witterungsverhältnissen entstand, nur 1050 Sterne aufführt.

Manche Sterne ändern periodisch ihre Helligkeit, so daß sie bis zur vollen Unsichtbarkeit abnehmen, dann aber ihre frühere Lichtstärke langsam wieder erlangen. Am auffälligsten tritt dieser Wechsel ein bei einem Sterne im Walfisch (Mira Ceti); noch sonderbarere Verhältnisse läßt η Argo Navis erkennen, dessen Lichtkurve drei relative Maxima besitzt.

II. Farbige Sterne. Die meisten Sterne besitzen weißes Licht; einzelne jedoch sind entschieden farbig, und zwar wiegt die Farbe Rot vor. Die Spektra aller näher untersuchten Fixsterne hat Secchi nach vier selbständigen Typen ein-

geteilt, die im wesentlichen auch den Färbungen entsprechen und wahrscheinlich auf verschiedene entwicklungsgeschichtliche Stadien der betreffenden Weltkörper hinweisen.

III. Neue Sterne. Es geschieht hie und da, daß ein neuer, vorher noch nicht gesehener Stern am Himmel aufleuchtet und nach einiger Zeit entweder ganz verschwindet oder doch einen großen Teil seiner Leuchtkraft einbüßt. Tycho Brahe und Kepler haben über solche neue Sterne geschrieben, welche sich 1572 (im Sternbilde der Kassiopeja) und 1604 (im Sternbilde des Schlangenträgers) zeigten. Die Spektralanalytiker haben bei solchen neuen Sternen besonders charakteristisch die Wasserstofflinie hervortreten sehen und erblicken deshalb in einem derartigen Phänomen eine ferne Weltkatastrophe, wie sie in kleinerem Maßstabe die Stürme auf der Sonne (Protuberanzen, s. § 73) darbieten.

IV. Doppelsterne und Fixsternsysteme. Während man früher zwei einander sehr nahe stehende Fixsterne nur als optische Doppelsterne betrachtet hatte, wurde man durch die 1778 erschienene Schrift des pfälzischen Astronomen Christian Mayer über „Fixsterntabanten“ darauf aufmerksam, daß es auch physische, mechanisch zu einander gehörige Doppelsterne geben könne, was später W. Herschel durch zahlreiche Beobachtungen bestätigte. Man lernte auch die Bahnen dieser Gestirne berechnen, und heute darf man es als Thatsache hinstellen: Es gibt am Himmel Systeme von Sternen, welche durch die Gravitation mit einander verbunden sind, und welche nach dem Newtonschen Gesetze Ellipsen um den gemeinsamen Schwerpunkt beschreiben. Bis vor kurzem betrachtete man nur Sternpaare; neuerdings hat aber Seeliger die Berechnung auch auf den weit schwierigeren Fall von drei selbständigen Massen ausgedehnt.

Bessel mutmaßts sogar, daß viele sehr helle Sterne (Sirius, Prokyon u. a.) sich um einen dunklen Zentralkörper bewegen. In der That scheint das Leuchten etwas Zufälliges zu sein, und ein sehr massenkräftiger Körper kann sehr wohl ohne Leuchtkraft gedacht werden.

V. Sternhaufen. Dies sind, wie schon der Name besagt, Ansammlungen kleiner Sterne, die zum Teile — die Sternaggregate im Stier (Plejaden) und im Schwertgehänge des Orion — mit freiem Auge erkannt werden. Sehr viele neblige Flecke haben sich im raumdurchdringenden Fernrohre in Sternansammlungen

aufgelöst. Hierher gehören u. a. die nicht weit vom Südpole entfernten Magellanischen Wolken.

Dafs auch das ungefähr in Form eines grössten Kreises — aber mit sehr wechselnder Breite und mehrfacher Spaltung — durch das Firmament sich hinziehende Lichtgewölk, welches unter dem Namen der Milchstrasse bekannt ist, in die Kategorie der Sternhaufen gehörte, lehrte schon um 400 v. Chr. der Philosoph Demokrit. — Im Gegensatze zur Milchstrasse befinden sich in der Nachbarschaft des ohnehin sehr sternarmen südlichen Himmelspoles absolut dunkle Stellen, von den Seeleuten Kohlen säcke genannt.

VI. Nebelflecke. Wenn eine neblig schimmernde Stelle des Himmels auch durch das stärkste Fernrohr nicht in eine Sternanhäufung aufgelöst werden kann, so liegt eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür vor, dafs man es mit einem wirklichen Nebelflecke zu thun habe, doch kann erst der spektroskopische Befund die endgiltige Entscheidung bringen. Man vermutet in solchem Falle, dafs eine fein verteilte Dunstmasse vorliegt, ähnlich derjenigen, aus welcher sich nach Kant-Laplace unser Sonnensystem entwickelt hat. Auf analoge Vorgänge im Inneren solcher Nebelmassen möchte die von Hind und Winnecke festgestellte Lichtperiodizität einzelner solcher Massen, sowie die That- sache hindeuten, dafs neuerdings in dem bekannten Nebelflecke im Sternbilde der Andromeda sich ein heller stellarer Kern herauszubilden beginnt.

§ 81. Wie bereits im vorigen Paragraphen deutlich ward, ist das Wort Fixstern gegenwärtig durchaus nicht mehr in dem absoluten Sinne der Alten zu nehmen; es haben im Gegenteile viele vermeintliche Fixsterne die Eigenschaft, ihren Ort im Raume zu verändern. Häufig ist dieser Ortswechsel ein wirklicher, absoluter, nicht selten aber auch bloss scheinbarer, und man mufs die Eigenbewegungen der Fixsterne von den durch die fortschreitende Bewegung des Sonnensystemes entstehenden Ortsverschiebungen sorgfältig trennen. Dafs und wohin die Sonne samt allen ihren Begleitern sich bewegt, hat man daran erkannt, dafs in einer bestimmten Richtung, gegen das Sternbild des Herkules hin, die Sterne auseinanderzutreten und in der entgegengesetzten Richtung zusammenzurücken scheinen.

Bewegung
des Sonnen-
systemes;
der Welt-
raum.

Man kann auch die Frage aufwerfen, ob jener Weltraum, welcher als der Schauplatz aller der in diesem Buche abgehandelten

Vorgänge zu gelten hat, leer oder mit irgend einem Stoffe erfüllt sei. Zwei Gründe scheinen für letztere Annahme zu sprechen. Da wir doch an jeder Stelle des Himmels einen Stern vermuten müssen, thatsächlich jedoch nicht überall einen solchen erblicken, so ist an eine Absorption, Verschluckung des Lichtes sehr weit entfernter Sterne gedacht worden; andererseits glaubte Encke die chronische Verkürzung, welche die große Achse der Bahn des nach ihm benannten Kometen erleidet, nur durch das Vorhandensein eines widerstehenden Mittels, des Äthers, erklären zu können. Neuere Untersuchungen haben sich dieser Hypothese nicht eben günstig erwiesen, und bis auf weiteres muß die Frage, ob den Weltraum ein feiner Stoff erfülle, als eine offene betrachtet werden. Gibt es einen solchen Stoff, so kann seine Temperatur, da sie nur der Summe der von der Gesamtheit der Weltkörper durch Ausstrahlung abgegebenen Wärmequantitäten entspricht, keine andere als eine extrem niedrige sein.

Elftes Kapitel.

Astronomische Chronologie.

Zeit-
rechnung der
Ägypter.

§ 82. Dafs sämtliche Kulturvölker ihre Zeitrechnung dem Laufe der Himmelskörper gemäß einrichteten, ist bekannt und natürlich. Gleichwohl vollzog sich diese Anpassung bei den verschiedenen Nationen auch in sehr verschiedener Weise, und es ist deshalb erforderlich, die chronologischen Prinzipien, welche im Laufe der Zeiten maßgebend gewesen sind, im Zusammenhange zu betrachten.

Das älteste Jahr der Ägypter scheint, wie dasjenige der Babylonier (§ 9), ein 360tägiges gewesen zu sein, welches in die zwölf Monate Thot, Phaophi, Athyr, Choiak, Tybi, Mechir, Phamenoth, Pharmothi, Pachon, Payni, Epiphi, Messori zerfiel. Mit fortschreitender Erkenntnis rundete man das Jahr durch Hinzufügung der fünf Epagomenentage auf die richtige Zahl von Tagen ab. Was den Anfangstermin anbelangt, so war der unserem 1. Januar vergleichbare 1. Thot

durch den heliakischen Aufgang*) des Orion fixiert, während der 16. Thot, das eigentliche Neujahrsfest, zu Beginn des „Neuen Reiches“ gleichmäÙig den heliakischen Aufgang des Sirius wie die Ausbreitung der Nilhochflut durch das ganze Stromthal signalisierte. Obwohl dieses Siriusjahr ein wenig kürzer ist, als das tropische Sonnenjahr, so wurde dieser kleine Übelstand doch nicht fühlbar, da der Fehler sich gegen die Präzession (s. S. 72) so ziemlich ausglich. Das Ramessiden-Jahr war kein — mit dem Anfangstage in die verschiedenen Jahreszeiten fallendes — Wandeljahr, sondern ein festes Jahr, das erste, von welchem die Geschichte zu berichten weiß.

§ 83. Das Jahr der Griechen war ein gebundenes Mondjahr, ursprünglich also (s. § 50) bloß 354tägig, aber durch allerlei Einschaltungen mit dem Sonnenjahre in Beziehung gesetzt. Um diese Interkalationen richtig anbringen zu können, sah man schon in sehr früher Zeit die Notwendigkeit ein, das Verhältnis des synodischen Mondmonates zum tropischen Sonnenjahre in kleinen ganzen Zahlen darzustellen. Welche Rechnungsvorteile den Griechen zur Auffindung solcher Werte verhalfen, ist noch strittig, genug, sie fanden dieselben Zahlen, welche man heutzutage durch eine Kettenbruchentwicklung erhält. Es ist das fragliche Verhältnis gleich

$$\frac{29,5305}{365,2467} = \frac{1}{12} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{78} + \dots$$

Daraus folgen die Näherungswerte

$$\frac{1}{12}, \frac{2}{25}, \frac{3}{37}, \frac{8}{99}, \frac{19}{235}, \frac{1490}{18429} \dots;$$

von diesen ist der erste, zweite und dritte zu wenig genau, der sechste bereits zu unhandlich. Es stehen also für chronologische

*) Im Altertum galt als heliakischer Aufgang eines Sternes sein erstes Erscheinen in der Morgendämmerung und ebenso als heliakischer Untergang sein letztes Verschwinden in der Abenddämmerung. Ging der Stern bei Beginn der Morgendämmerung unter, so sprach man von einem kosmischen Untergang, und der letzte sichtbare Aufgang am Abend war der akronychische Aufgang. Diese Definitionen muß man kennen, um zahlreiche Stellen der alten Schriftsteller, zumal der Geoponiker, richtig zu verstehen.

Zwecke nur mehr der vierte und fünfte zur Verfügung, und gerade auf diese ist auch hellenischer Scharfsinn verfallen. Auf den vierten gründete Kleostratos seine Oktaëteris; den fünften lehrte 433 v. Chr. der Athener Meton zu verwenden. Der von ihm eingeführte Kalender stellt folgenden Grundsatz fest:

Ein Zyklus von 125 vollen — dreißigtägigen — und von 110 leeren — neunundzwanzigtägigen Monaten ist fast genau ebensolang wie ein Zyklus von 12 Gemeinjahre zu 12 und von 7 Schaltjahren zu 13 Monaten, nämlich 6940^d .

Hienach besitzen ein Monat und ein Jahr resp.

$$\frac{125 \cdot 30 + 110 \cdot 29}{235} = 29,532 \text{ und } \frac{125 \cdot 30 + 110 \cdot 29}{19} = 365,263$$

Tage. Läßt man den Metonschen Zyklus mit dem Jahre Null anfangen und will man wissen, das wievielte Jahr des Zyklus ein gegebenes Jahr n sei, so hat man nur den Divisionsrest

$$R \left(\frac{n + 1}{19} \right)$$

zu berechnen, die sogenannte goldene Zahl. Die athenischen Monate hießen Hekatombaion, Metageitnion, Boëdromion, Pyanepsion, Maimakterion, Poseideon I, Poseideon II (der Schaltmond), Gamelion, Antestherion, Elaphebolion, Munychion, Thargelion, Skirophorion. Die Verbesserung des Kalippos brachte das Jahr genau auf $365\frac{1}{4}$ Tage.

Die Regulierung Metons ging mit unerheblichen Änderungen in alle Länder griechischer Zunge über. Vier aufeinanderfolgende Metonsche Jahre bildeten eine Olympiade.

Zeitrechnung
der Semiten.

§ 84. Nahe verwandt der zuletzt besprochenen war die altjüdische Chronologie. Es gab — nicht sowohl astronomischer als vielmehr ritueller Rücksichten halber — abgekürzte, ordentliche und überzählige Gemeinjahre und ebensolche Schaltjahre von resp. 353, 354, 355 und 383, 384, 385 Tagen. Die zwölf Monate des gewöhnlichen Jahres Tisri, Marchesvan, Kislev, Thebet, Schebath, Adar, Nisan, Jjar, Sivan, Thamuz, Ab, Elul haben im gewöhnlichen Jahre abwechselnd 30 und 29 Tage. In Schaltjahren folgte auf den Adar der Schaltmond Veadar.

Die Juden zählen, wie auch viele christliche Chronologen bis in die Neuzeit herein, nach Jahren von Erschaffung der Welt, welche die Laune älterer Schriftsteller in das Jahr

4225 v. Chr. verlegte. Die Mohammedaner, deren reines Mondjahr als Wandeljahr (§ 82) sehr viele Unzuträglichkeiten mit sich bringt, nehmen als Anfangsepoche ihrer Rechnung die Hejira (Flucht des Propheten aus Mekka am 16. Juli 622 n. Chr.). Bei den Byzantinern und den von ihnen beeinflussten Völkern bediente man sich gemeiniglich der Ära des Neuperserkönigs Jezdegerd.

§ 85. Die Römer, welche bekanntlich von der Gründung ihrer Stadt (753 v. Chr.?) an ihre Zeiten datierten, besaßen selbst nach der — angeblichen — Kalenderregierung ihres sagenhaften Königs Numa Pompilius nur ein sehr lose gefügtes Jahr, und in der späteren Zeit der Republik war eine solche Verwirrung eingerissen, daß Julius Cäsar mit Unterstützung seines astronomischen Ratgebers Sosigenes einen neuen, den später nach ihm so benannten Julianischen Kalender einzuführen sich veranlaßt sah (46 v. Chr.). Die Grundsätze, nach welchen sich die Reform richtete, waren übrigens keine neuen, sondern wie Riel nachwies, wesentlich die für den alten Pharaonenkalender (§ 85) maßgebend gewesen. Das Jahr ward auf $365\frac{1}{4}$ Tage festgesetzt, jedes vierte Jahr sollte, um den Bruchteil auszugleichen, als Schaltjahr 366 Tage erhalten, und der Schalttag (dies bissextus) sollte auf den 23. Februar folgen. Die Monatslängen und Monatsnamen waren, von der Bezeichnung „Julius“ und „Augustus“ abgesehen, die noch jetzt uns geläufigen.

Julianischer
Kalender.

Auch die Christenheit erklärte sich später mit dieser Einrichtung des Kalenders einverstanden; den jetzt üblichen Anfangstermin der Zählung (Christi Geburt) fixierte im V. Jahrhundert der römische Abt Dionysius Exiguus. Doch gilt es sicher, daß er hiebei irrte, da Christus nicht im Jahre 753, sondern im Jahre 747 ab urbe condita geboren wurde.

§ 86. Obschon bereits zur Zeit des Konzils von Nicäa der Fehler Caesars, das Jahr um $11\frac{1}{4}$ Minuten zu lang anzunehmen, so ließ man es doch mit einer neuen Reform anstehen, und zahlreiche Verbesserungsvorschläge des Mittelalters, nach Kaltenbrunner schon früh im XIII. Jahrhundert auftauchend, vermochten keine Änderung herbeizuführen. Auch die von Papst Sixtus IV. im Vereine mit dem deutschen Astronomen Regiomontanus (s. S. 7) angebahnte Reformarbeit verlief im Sande, und es dauerte noch volle hundert Jahre, bis endlich Papst Gregor XIII. (aus dem Hause Boncompagni) durch die beiden

Gregoriani-
scher Kalen-
der; Oster-
rechnung.

Mathematiker Lilius und Clavius (s. S. 10) den jetzt noch giltigen Gregorianischen Kalender ausarbeiten liefs. Da damals die Differenz mit dem Himmel bereits auf 10 Tage angewachsen war, so wurden nachstehende Bestimmungen erlassen:

I. Vom 4. Oktober 1583 ab wird eine volle Dekade ausgelassen und vom 4. sofort zum 15. dieses Monates übergesprungen.

II. Alle Schaltjahre, für welche $R\left(\frac{n}{400}\right)$ nicht gleich Null ist, werden als gemeine Jahre behandelt.

So wird z. B., da

$$R\left(\frac{1600}{400}\right) = R\left(\frac{2000}{400}\right) = 0, \quad R\left(\frac{1900}{400}\right) = 300$$

ist, sowohl 1600 als auch 2000 als Schaltjahr angesehen, nicht jedoch 1900.

Die Gregorianische Neuerung ward von den katholischen Ländern unverzüglich angenommen; in protestantischen fand sie erst weit später Eingang, so in Schweden 1753. Die orthodoxe Christenheit (Griechen, Russen, Orientalen) behielt den Julianischen Kalender unverändert bei; der 14./26. April bedeutet somit in Rußland den 14. April alten Stiles, den 26. April neuen Stiles. Mit der Zeit wird diese Differenz selbstverständlich gröfser.

Als absolut genau darf auch die jetzt als Grundlage unserer Kalenderrechnung geltende Länge des tropischen Jahres nicht bezeichnet werden, vielmehr ist letztere um $0,0003^d$ zu lang, und in 3200 Jahren wird es nötig werden, einen Monatstag doppelt zu zählen. Jetzt schon diesem kleinen Mißstande abhelfen zu wollen, erschiene verfrüht.

Die Gegenwart braucht mit anderen Kalendernormen, als den genannten, nicht mehr zu rechnen. Eine Ausnahme machte nur für kurze Zeit der französische Revolutionskalender (An I = 1792, An XIII Schlußjahr) mit seinen 12 gleichen Monaten und 5—6 Schalttagen.

Die christlichen Feste teilen sich ein in fixe, welche den kirchlichen Bestimmungen gemäß stets auf einen bestimmten Tag fallen (Weihnachten, Heiligentage) und in bewegliche (Ostern, Himmelfahrt, Pfingsten), deren Datum nicht astronomisch, sondern zyklisch berechnet werden soll. Es kommt also alles

darauf an, den Ostersonntag festzustellen, und zwar im Sinne der maßgebenden nicänischen Vorschrift:

Ostern soll an jenem Sonntage gefeiert werden, welcher zunächst auf den ersten Vollmond nach dem mit dem 21. März zusammenfallenden Frühlings-äquinoktium folgt. Fällt der Vollmond selbst auf einen Sonntag, so wird das Osterfest auf den nächstfolgenden verlegt.

Der früheste Termin ist hiernach der 22. März, wenn nämlich der 21. März ein Sonnabend und zugleich ein Vollmondstag ist. Tritt an die Stelle des 21. März der 25. als Samstag, so fällt Ostern eigentlich auf den 18. April, aber da dieser selbst ein Vollmondstag ist, so muß er dem 25. April weichen. Die beiden äußersten Grenzen differieren um 34 Tage; Ostern kann auf 35 verschiedene Tage fallen.

Die berühmte Osterformel von Gaußs, zu deren Herleitung eine ziemliche Kenntnis der höheren Arithmetik erfordert wird, gestattet eine ganz schematische Berechnung des Festtermines für ein Jahr n ; die Jahreszahl wird < 1900 vorausgesetzt. Wir setzen

$$R\left(\frac{n}{19}\right) = a, \quad R\left(\frac{n}{4}\right) = b, \quad R\left(\frac{n}{7}\right) = c, \quad R\left(\frac{19a + 23}{30}\right) = d,$$

$$R\left(\frac{2b + 4c + 6d + 4}{7}\right) = e;$$

dann ist der $(d + e + 22)$ te März der Ostersonntag. Sollte $d + e + 22 > 31$ werden, so hat man 31 zu subtrahieren, um das richtige Aprildatum zu erhalten.

Für $n = 1892$ ist $a = 11$, $b = 0$, $c = 2$, $d = 22$, $e = 4$, $d + e + 22 = 48$. Dies ist > 31 , demgemäß, da $48 - 31 = 17$, fiel Ostern im Jahre 1892 auf den 17. April.

Frage. An welchem Tage wird Ostern 1893 gefeiert? (am 2. April).*)

*) Für weitere Studien auf diesem Felde sei zumal angehenden Historikern folgender Leitfaden empfohlen: Brockmann, System der Chronologie, Stuttgart 1885.

Zwölftes Kapitel.

Instrumentelle und graphische Hilfsmittel.

Lösung
astronomi-
scher Auf-
gaben mit
hilfe des
Globus.

§ 87. Die Lösung von Problemen der mathematischen Geographie wird natürlich, soweit sie wissenschaftlichen Zwecken dienen will, stets durch Rechnung erfolgen müssen. Im Interesse der Anschauung ist jedoch auch eine angenäherte instrumentale Auflösung mit Hilfe von Erd- und Himmelsglobus zulässig und erwünscht, zumal der erstere kommt für uns in Betracht.

Die künstliche Erdkugel weist in der Regel einen horizontalen Holzring und einen auf diesem senkrecht stehenden Messingring auf — Horizont und Meridian. Auch die Pole pflegen markiert, und der nördliche Pol pflegt mit einem kleinen dem Äquator parallelen Kreise versehen zu sein, über dessen Teilung ein senkrecht an der Achse angebrachter Zeiger spielt. Eine Bussole auf dem Fußgestell gestattet bei gehöriger Berücksichtigung von S. 55 die Orientierung des Globus nach den Himmelsgegenden. Wir skizzieren nunmehr kurz die Aufgaben, welche der Globus in einfachster Weise zu lösen gestattet.

a) Adjustierung des Globus für einen bestimmten Erdort. Man stelle jenen so, daß der Messingring in die Meridianebene fällt, erteile mit Hilfe der am Ringe angebrachten Teilung dem Pole eine der geographischen Breite des Ortes gleiche Erhöhung über dem Holzringe und drehe nun die Kugel so lange, bis der fragliche Ort unter den Meridianring zu liegen kommt. Der bewußte Punkt ist dann der höchstgelegene von allen Punkten der Kugel; sein wahrer Horizont ist durch den Holzring gegeben. — Sofort kann man mit einem Blicke Periöken, Antöken und Antipoden erkennen (§ 28). Zur Messung der Bogendistanz zweier Orte dient ein sphärisches Lineal; die Abstände zweier Erdorte in Breite und Länge sind unmittelbar zu erkennen, wenn man beide nach einander unter den Meridianring führt und sowohl an diesem wie auch an der zum Äquator parallelen Scheibe abliest.

b) Bestimmung des Tagesbogens der Sonne. Man messe auf irgend einem Meridiane einen Ort ab, dessen geographische Breite der Sonnendeklination gleich ist, bringe ihn unter den Messingring und stelle den Zeiger der — gewöhnlich zugleich nach Zeit- und Bogenmaß geteilten — Scheibe auf 12 Uhr. Dreht man hierauf den Globus, bis jener Punkt den Horizontalring erreicht

hat, so kann man auf der Äquatorscheibe die halbe Tagesdauer in Zeitmaß, den halben Tagesbogen der Sonne in Gradmaß ablesen; Morgenweite und Kulminationshöhe sind ebenfalls direkt gegeben.

c) Bestimmung der Erleuchtungsverhältnisse der Erde. Man gibt dem Nordpole der künstlichen Erde eine der Deklination der Sonne gleiche Elevation, dann geht der Tagkreis der Sonne durch den höchsten Punkt des Globus; alle Punkte dieses Kreises haben die Sonne an diesem Tage im Zenit, der höchste Punkt hat gerade 12 Uhr Mittag, sein Antipodenpunkt 12 Uhr Mitternacht. Die obere Hälfte des Globus repräsentiert überhaupt für den Augenblick die Tages-, die untere die Nachtseite der Erde, und durch Drehung der Kugel kann man zeigen, wann es für einen gegebenen Ort Tag resp. Nacht wird.

§ 88. An die Stelle der instrumentellen Hilfsmittel kann man auch konstruktive setzen. Um solche aber anwenden zu können, ist es zunächst erforderlich, die räumlichen Verhältnisse durch ein möglichst getreues Bild in der Zeichnungsebene zu ersetzen: hierzu verhilft uns die Kartenprojektionslehre.

Karto-
graphie.

Jene Abbildungsmethoden, deren sich die moderne Kartographie bedient, zerfallen im wesentlichen in drei Gruppen: sie sind winkeltreu (konform) oder flächentreu (äquivalent oder endlich einem bestimmten Zwecke angepaßt. Im ersteren Falle gilt das von Gauss klar formulierte Prinzip: Original und Kopie müssen einander in den kleinsten Teilen ähnlich sein; im zweiten Falle wird verlangt: Zwei flächengleiche Figuren auf der Kugel müssen auch durch flächengleiche Figuren in der Bildebene wiedergegeben werden. Zur Erläuterung des dritten Falles dienen die spezielleren Angaben des nächsten Paragraphen. Von der großen Anzahl bekannter Abbildungsmethoden sollen vier hier eine Stelle finden, von welchen drei perspektivisch sind.

§ 89. a) Orthographische Projektion. Das Auge befindet sich in unendlicher Entfernung und sieht von da aus eine Halbkugel, deren Basisebene auf dem vom Auge ausgehenden Parallelstrahlenbündel senkrecht steht. Die Umgegend des sichtbaren Poles der Grundfläche wird genau, eine Gegend nahe der Basis stark verzerrt abgebildet. Mondkarten.

Wichtige
Abbildungs-
methoden.

b) Gnomonische oder zentrale Projektion. Das Auge befindet sich im Mittelpunkte der aufzunehmenden Kugel, und

eine Tangentialebene dient als Bildebene. Erreicht wird der Vorteil, alle Hauptkreise in grade Linien verwandelt zu erhalten. Dies macht die gnomonischen Erdbilder geeignet für Seekarten, zumal wenn solche kombiniert werden mit Karten in

c) Mercators Projektion. Denken wir uns für die Erdkugel das System der Meridiane konstruiert, so können wir uns auch eine krumme Linie denken, welche jeden Meridian unter konstantem Winkel schneidet, und dieser Linie müßte ein Schiff folgen, welches stets nach dem nämlichen Kurs segeln wollte. Diese Kurve, die Loxodrome, legt sich in unzähligen Windungen um den Pol herum, ohne ihn je zu erreichen. Um nun den Seeleuten Karten in die Hand geben zu können, nach denen sich das Einhalten gleichen Kurses leicht bestimmen läßt, gab im XII. Jahrhundert Gerhard Mercator aus Duisburg die nunmehr seinen Namen tragende Projektion der wachsenden Breiten an. Die Meridiane verwandeln sich in gleichabständige parallele Grade, die Parallelkreise werden parallele Grade, deren Entfernung sich gegen die Pole zu nach einem bestimmten Gesetze vergrößert, und zwar so, daß, wenn c eine Konstante, φ die Breite bedeutet, und wenn mit natürlichen Logarithmen gerechnet wird, der Abstand des der Breite φ entsprechenden Parallels vom Äquator nach der Formel

$$c \log \operatorname{tang} (45^\circ - \tfrac{1}{2} \varphi) = \log \left(\frac{1 - \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \varphi}{1 + \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \varphi} \right)^c$$

berechnet werden muß. *) Die Schifffahrtskurve wird dann eine grade Linie; alle für den Nautiker wichtigen Aufgaben lassen sich mit Lineal und Zirkel auflösen, während die Rechnung sich weit schwieriger gestaltet (loxodromische Trigonometrie). Die Mercatorprojektion ist winkeltreu (§ 88), liefert aber darum doch nicht für alle Teile der abgebildeten Kugel gleich gute Bilder. Für welche die besten? Für welche ganz unbrauchbare?

d) Stereographische Projektion. Das Projektionszentrum befindet sich jetzt irgendwo auf der Fläche der abzubildenden Kugel, die Bildebene hat diesen Punkt zum Pole, und

*) Ähnlich der Mercatorschen ist die gnomonisch-zyklindrische Projektion; die Kugelfläche wird auf dem Mantel eines längs dem Äquator umbeschriebenen Zylinders zentral abgebildet, und dieser wird sodann abgerollt. Auch hier wachsen die Breiten, und die Pole fallen in die Unendlichkeit, aber statt der obigen komplizierteren Vergrößerungsformel gilt hier die weit einfachere $c \operatorname{tang} \varphi$.

als Vorzug des — meistens halbkugligen — Bildes wird dessen Konformität und Übersichtlichkeit betrachtet. Jeder Kugelpunkt erhält seinen Bildpunkt auf der Karte da zugewiesen, wo die von ihm nach dem Projektionszentrum gezogene Grade die Bildebene durchschneidet. Je nachdem der Augenpunkt in einen der Pole oder in den Äquator verlegt ist, unterscheidet man eine stereographische Polar- und Äquatorialprojektion. Unter allen Umständen aber gelten die nachstehenden beiden Sätze:

I. Das stereographische Bild eines Kreises ist wieder ein Kreis (Eigenschaft der Kreistreue).

II. Zwei Hauptkreise durchschneiden sich auf der Kugel unter demselben Winkel, den sie auch im stereographischen Bilde einschließen (Eigenschaft der Winkeltreue).

Beweis zu I. Wir schicken folgenden planimetrischen Hilfssatz voraus: Hat eine Kurve, die mit jeder schneidenden graden Linie nur zwei Punkte gemein hat, die Eigenschaft, daß für jede vom nämlichen äußeren Punkte ausgehende Sekante das Produkt aus ganzer Sekante und äußerem Abschnitt konstant ist, so ist die Kurve ein Kreis (Umkehrung eines bekannten Elementarsatzes). Ebenso muß vorher trigonometrisch bewiesen sein: Zieht man von einem Punkt auf der Kugel durch einen kleinen Kugelkreis eine sphärische Sekante a , deren äußerer Abschnitt b ist, dann hat man $\tan \frac{1}{2} a \tan \frac{1}{2} b = \text{Konst.}$ — Dies vorausgesetzt, sei A (Fig. 47) der Punkt des Auges, B dessen Gegenpunkt, durch C

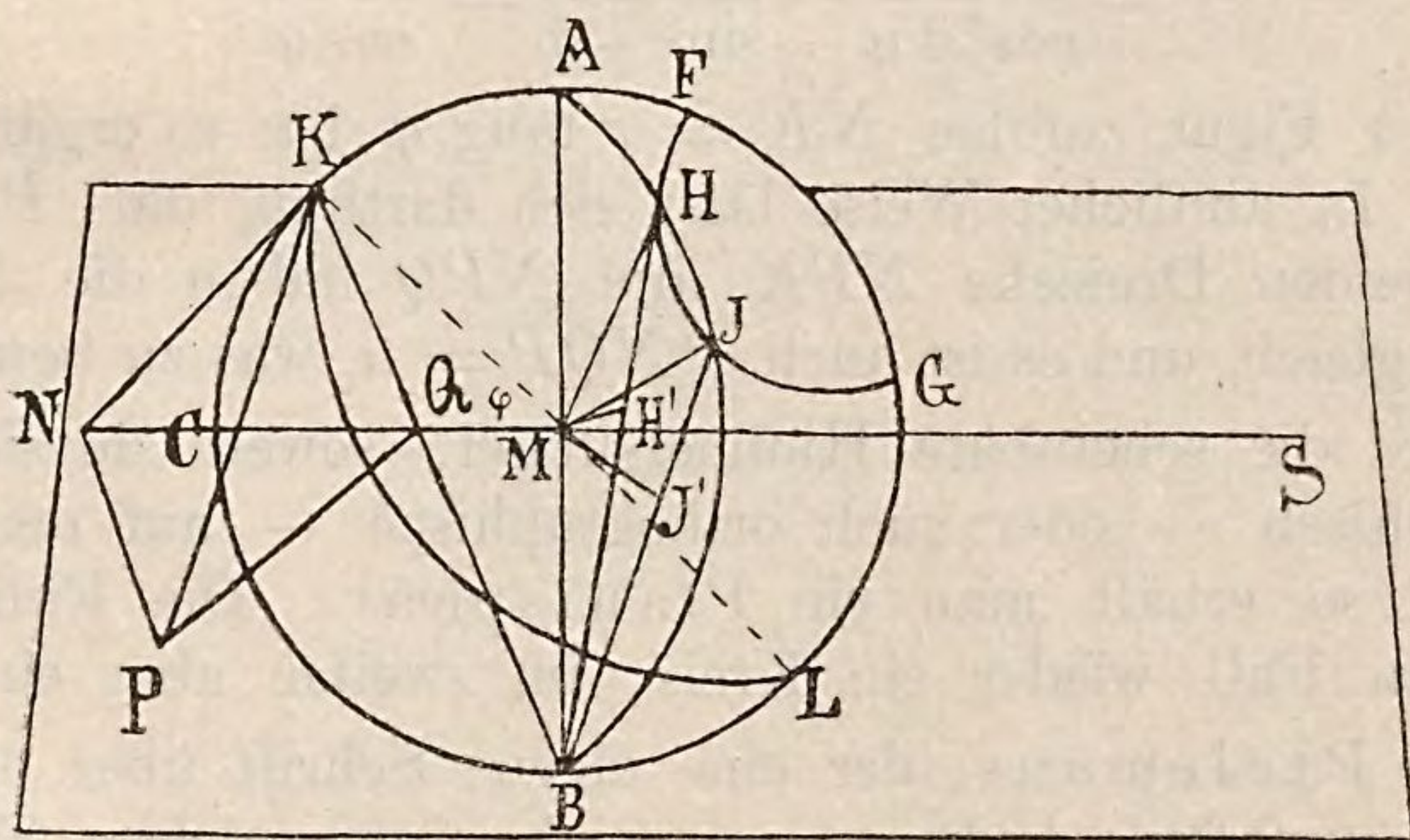


Fig. 47.

und den Mittelpunkt M der Kugel (vom Radius r) geht die zu AB senkrechte Bildebene. Der kleine Kugelkreis FG (Mittel-

punkt beliebig) sei abzubilden. Man lege durch A und B irgend einen größten Kreis, welcher jenen in H und J durchschneidet. H' und J' sind die Bilder von H und J ; $H'M$ steht ebenso wie $J'M$ normal auf AB . Zieht man noch MH und MJ , so ist nach dem bekannten Satze von Zentri- und Peripheriewinkel $\sphericalangle MBH' = \frac{1}{2} \text{arc } AH$, $\sphericalangle MBJ' = \frac{1}{2} \text{arc } AJ$, und, da $MH' = r \text{ tang } MBH'$, $MJ' = r \text{ tang } MBJ'$ so hat man schließ-lich

$$MH' \cdot MJ' = r^2 \text{ tang } \frac{1}{2} \text{arc } AH \text{ tang } \frac{1}{2} \text{arc } AJ = \text{Konst.}$$

Die Punkte H' und J' liegen somit nebst allen auf analoge Weise erhaltenen Punktepaa- ren auf einer Kreisperipherie, wie behauptet war.

Beweis zu II. Durch den Punkt K sei ein beliebiger Hauptkreis KL gelegt, der mit dem Hauptkreise ACB einen $\sphericalangle BKL = \alpha$ einschließt. In K werden an beide Kreise, in deren Ebenen, Berührende gelegt, welche die Bildebene resp. in N und P schneiden; die Grade NS geht durch M und fällt in die Zeichnungsebene. Q ist das stereographische Bild von K ; zieht man noch PQ , so läßt sich zeigen, daß $\sphericalangle NQP = \sphericalangle NKP = \alpha$ wird. Es ist nämlich

$$MN = \frac{r}{\cos \varphi}, \quad MQ = r \text{ tang } \frac{90^\circ - \varphi}{2};$$

daraus folgt, wenn man zunächst zu den halben Winkeln übergeht,

$$\begin{aligned} NQ = MN - MQ &= r \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{1}{2} \varphi - \sin^2 \frac{1}{2} \varphi} - \frac{\cos \frac{1}{2} \varphi - \sin \frac{1}{2} \varphi}{\cos \frac{1}{2} \varphi + \sin \frac{1}{2} \varphi} \right) \\ &= \frac{2r \cos \frac{1}{2} \varphi \sin \frac{1}{2} \varphi}{\cos^2 \frac{1}{2} \varphi - \sin^2 \frac{1}{2} \varphi} = \frac{r \sin \varphi}{\cos \varphi}, \end{aligned}$$

und da der Figur zufolge $NK = r \text{ tang } \varphi$ ist, so ergibt sich $NQ = NK$. In ähnlicher Weise läßt sich darthun, daß $PQ = PK$ ist; die beiden Dreiecke NPK und NPQ haben die drei Seiten bezüglich gleich, und es ist auch $\sphericalangle NQP = \alpha$, was zu beweisen war.

Wird die scheinbare Himmelskugel, soweit sie sichtbar ist, stereographisch — oder auch orthographisch — auf den Horizont projiziert, so erhält man ein Planisphär. Die Ekliptik wird im ersteren Fall wieder ein Kreis, im zweiten aber eine Ellipse.

Seit Ptolemäus, der eine eigene Schrift über das „Analemma“ verfaßte, bedient man sich einer solchen Vorrichtung mit Vorliebe bei astrogno- stischen Studien (s. S. 14), bei denen ein kürzlich erschienen- es Werkchen von Gallenmüller gute Dienste leisten kann. Treffliche Sternkarten besitzt man von Argelander, Schwinck, Harding, Heis und

E. Weifs; für Schulzwecke und für den Selbstunterricht sehr passend ist auch die Karte von Pietschner (München 1877).

Schlußanmerkung.

Auf verschiedene Werke, die sich zum Studium für Leser eignen, welche über die engen Grenzen dieses Leitfadens hinauszugehen beabsichtigen, ward bereits im Verlaufe unserer Darstellung hingewiesen. Zu tieferem Eindringen mögen die folgenden Bücher empfohlen sein:

Brünnow, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, Berlin 1866;

R. Wolf, Handbuch der Mathematik, 2. Band, Zürich 1872;

Gyldén, Die Grundlehren der Astronomie, Leipzig 1877;

R. Wolf, Geschichte der Astronomie, München 1877;

Martus, Astronomische Geographie, Leipzig 1880;

Newcomb-Engelmann, Populäre Astronomie, Leipzig 1881,

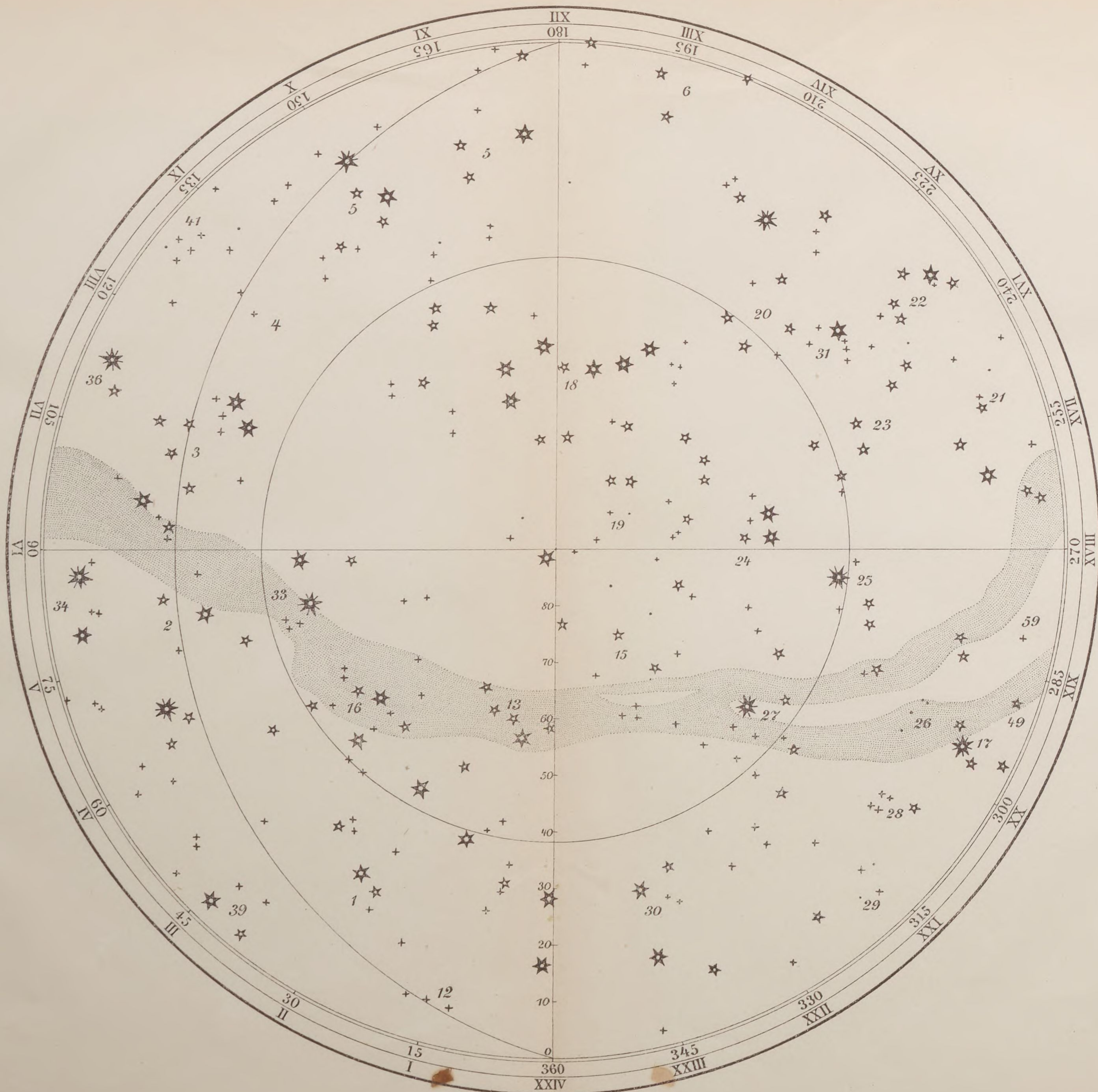
Israel-Holtzwardt, Elemente der theorischen Astronomie, Wiesbaden 1885;

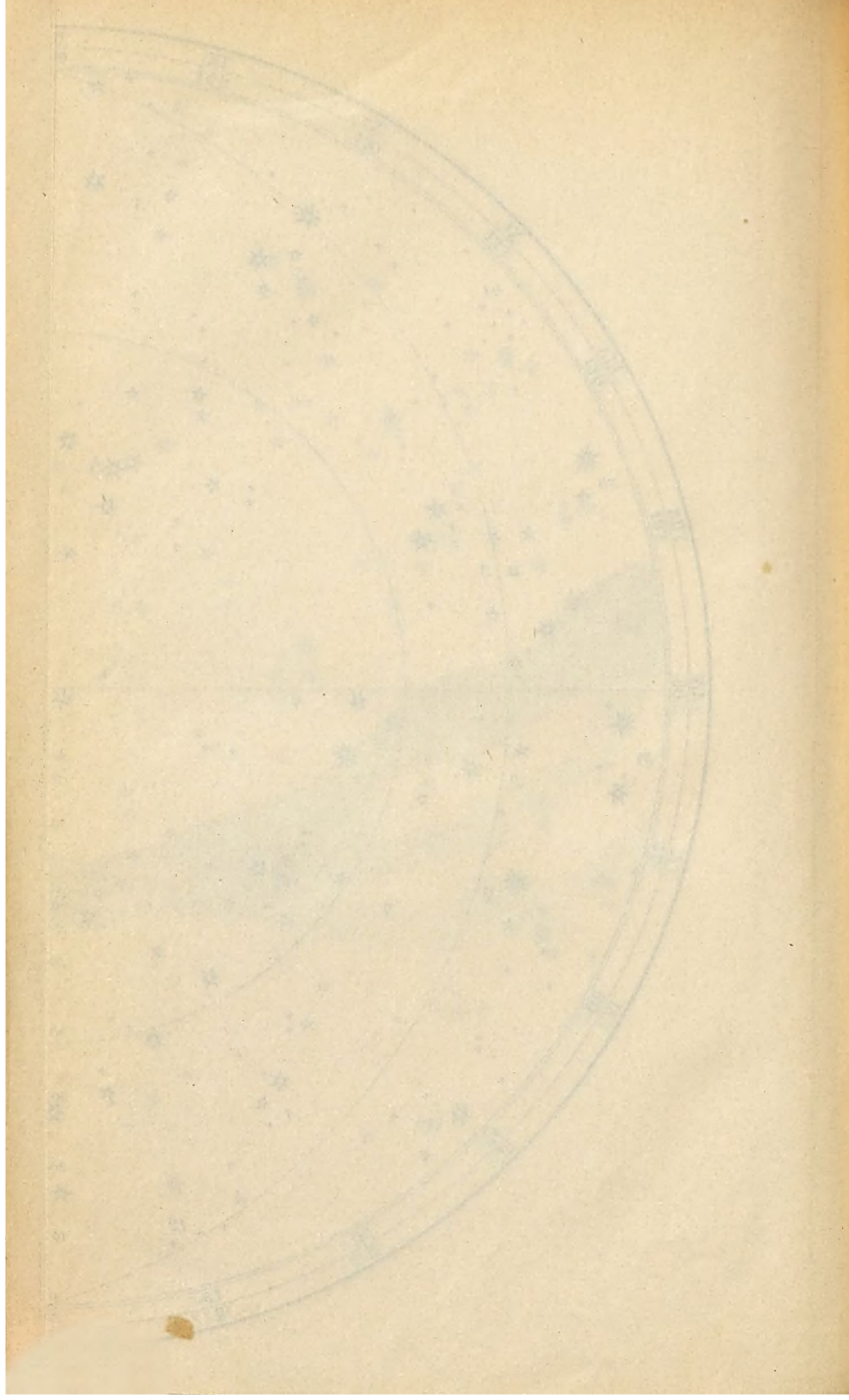
R. Wolf, Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur, zwei Bände, Zürich 1891—92.

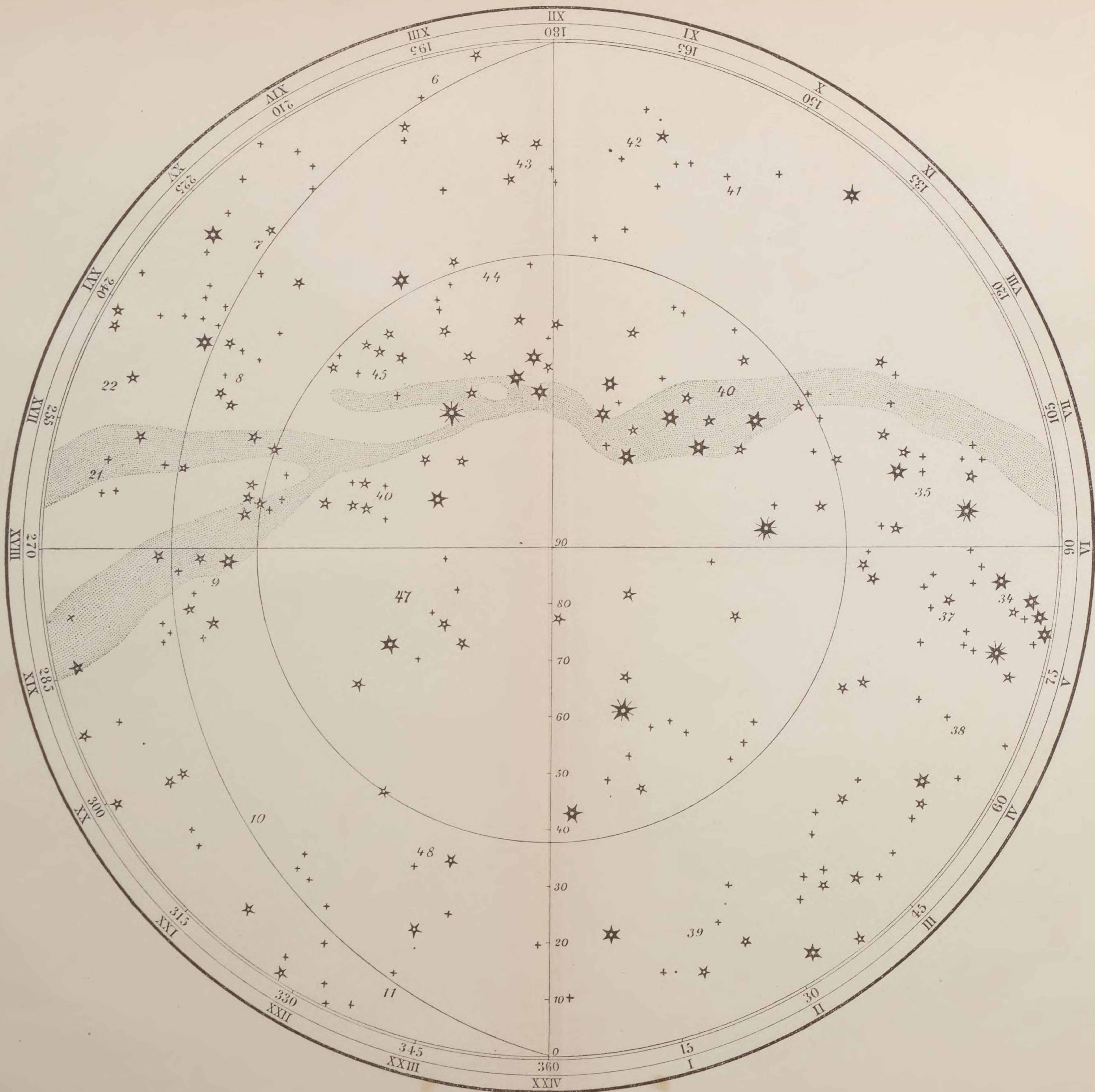
Letzteres Werk ist sicherlich das umfassendste, welches zur Zeit namhaft gemacht werden kann.

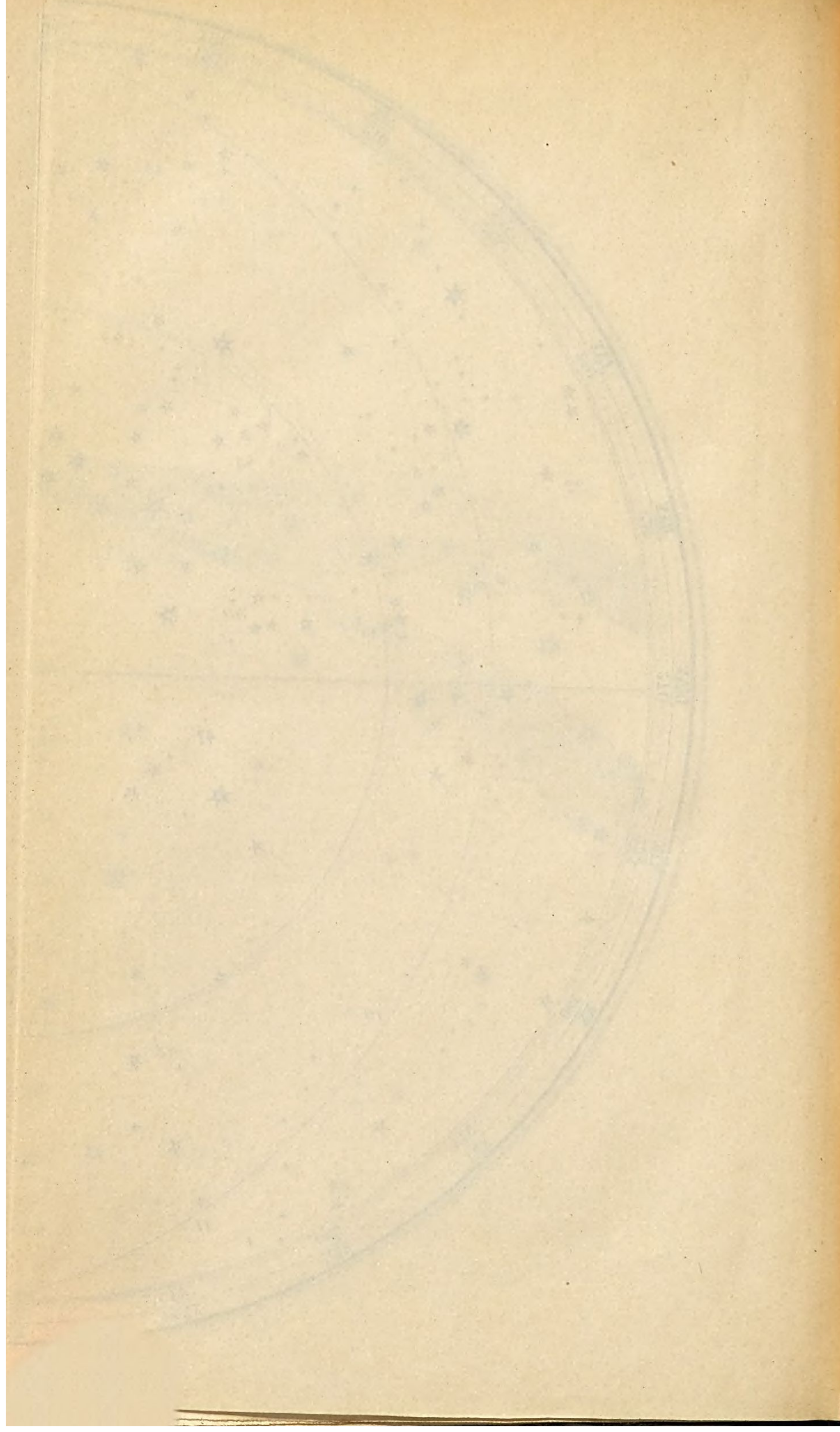
Die auf den Sternkarten verzeichneten Sternbilder.

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| 1. Widder | 25. Leyer |
| 2. Stier | 26. Pfeil |
| 3. Zwillinge | 27. Schwan |
| 4. Krebs | 28. Delphin |
| 5. Löwe | 29. Kl. Pferd |
| 6. Jungfrau | 30. Pegasus |
| 7. Wage | 31. Nördl. Krone |
| 8. Skorpion | 32. Triangel |
| 9. Schütze | 33. Fuhrmann |
| 10. Steinbock | 34. Orion |
| 11. Wassermann | 35. Gr. Hund |
| 12. Fische | 36. Kl. Hund |
| 13. Kassiopeja | 37. Hase |
| 14. Andromeda | 38. Eridanus |
| 15. Kepheus | 39. Walfisch |
| 16. Perseus | 40. Schiff Argo |
| 17. Adler | 41. Südl. (Wasser-) Schlange |
| 18. Gr. Bär | 42. Becher |
| 19. Kl. Bär | 43. Rabe |
| 20. Bootes | 44. Kentaur |
| 21. Ophiuchus | 45. Wolf |
| 22. Nördl. Schlange | 46. Altar |
| 23. Herkules | 47. Südl. Krone |
| 24. Drache | 48. Südl. Fisch. |
-

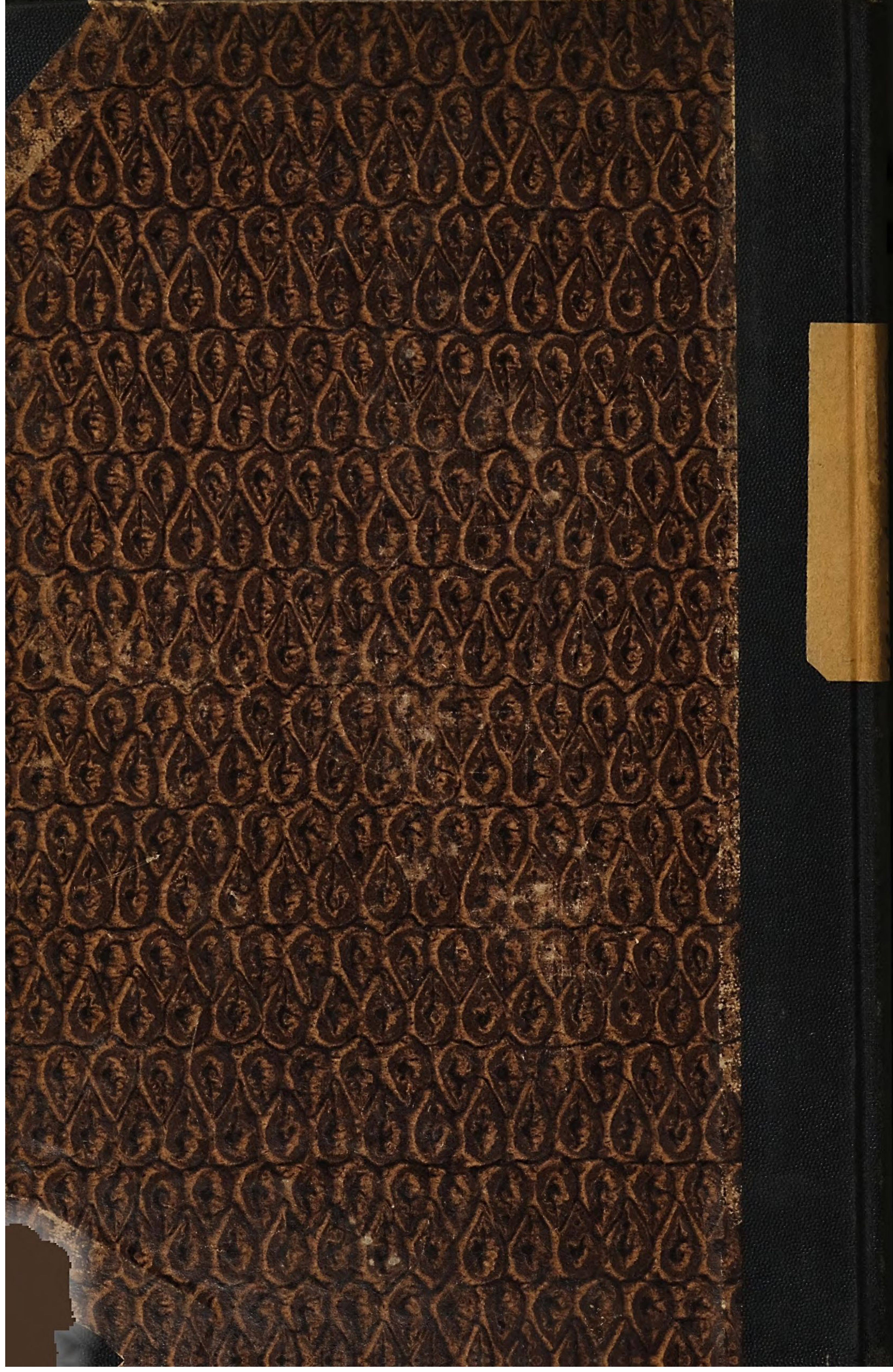








- Günther, Sigmund**, Die Meteorologie ihrem neuesten Standpunkte gemäss und mit besonderer Berücksichtigung geographischer Fragen dargestellt. Mit 71 Abbildungen. VIII u. 304 S. gr. 8°. 1889. M. 5.40.
- **Erdfunde und Mathematik in ihren gegenseitigen Beziehungen.** [IV u.] 30 S. gr. 8°. 1887. M. 1.
- Franke, J. H.**, Technische Anleitung zu den trigonometrischen Netz- und Koordinaten-Rechnungen in der Kataster- und Forst-Vermessung. Ein Handbuch für Trigonometrier und Vermessungsingenieure bearbeitet auf Grund der Hauptvorschriften der k. bayerischen Vermessungs-Instruktion mit vergleichender Erörterung weiterer technischer Anweisungen. Mit 4 Tafeln. VIII, LXIV u. 170 S. Lex. 8°. 1889. M. 7.
- Pözl, Wenzeslaus**, Elemente der darstellenden Geometrie zum Schulgebrauche zusammengestellt. IV u. 107 S. Lex. 8°. 1890. M. 3.
- Reknagel, Georg**, Ebene Geometrie für Schulen. Vierte verbesserte und vermehrte Auflage. Mit eingedruckten Holzschnitten. X u. 208 S. gr. 8°. 1892. M. 2.
- **Thermometrische Versuche.** Mit 1 lithograph. Tafel. [IV u.] 44 S. gr. 8°. 1863. M. —.60.
- Schüler, Wilhelm Friedrich**, Neue Theorie des Imaginären in der Funktionenrechnung und der analytischen Geometrie. 56 S. gr. 4°. 1878. M. 4.
- **Lehrbuch der analytischen Geometrie des Punktes, der Geraden und der Kegelschnitte, dann der Strahlbüschel und Punktreihen (projektivische Geometrie).** Mit Uebungsaufgaben. Mit 4 Tafeln in Steindruck. XI u. 247 S. gr. 8°. 1879. M. 4.80.
- Sickenberger, A.**, Leitfaden der elementaren Mathematik.
Erster Teil: Algebra. Zweite Auflage. IV u. 76 S. gr. 8°. 1892.
Zweiter Teil: Planimetrie. IV u. 88 S. gr. 8°. Dritter Teil: Stereometrie u. Trigonometrie. IV u. 76 S. gr. 8°. 1888. je der Teil M. 1.20.
- **Leitfaden der Arithmetik nebst Übungsbeispielen.** Fünfte Auflage. Mit 16 Holzschnitten. IV u. 219 S. gr. 8°. 1892. M. 1.60.
- **Vierstellige logarithmisch-trigonometrische Tafel zum Schul- und Handgebrauch zusammengestellt.** 2. Aufl. 20 S. 16°. 1891. M. —.40.
- **Die Determinanten in genetischer Behandlung.** Zur Einführung für Anfänger. Zweiter Abdruck. VII u. 80 S. 8°. 1887. M. 1.60.
- **Uebungsbuch zur Algebra.** Teil 1. 102 S. gr. 8°. 1890. M. 1.20.
- „ „ „ 2. 136 S. gr. 8°. 1890. M. 1.80.
- Walberer, Joh. Chr.**, Leitfaden zum Unterrichte in der Arithmetik und Algebra an Gymnasien und verwandten Anstalten. Zweite, durchgesehene und mit Übungsbeispielen versehene Auflage. VII u. 152 S. gr. 8°. 1884. M. 1.60.
- Winter, Wilhelm**, Algebra. Lehrbuch mit Aufgabensammlung für Schulen. IV u. 329 S. gr. 8°. 1891. M. 3.60.
- **Grundriß der Mechanik und Physik für Gymnasien bearbeitet.** Mit 235 eingedruckten Abbildungen. VIII u. 331 S. gr. 8°. 1892. M. 3.20.
- **Lehrbuch der Physik zum Schulgebrauch bearbeitet.** 2. Auflage. VIII u. 495 S. gr. 8°. 1890. M. 4.80.
- **Trigonometrie.** Lehrbuch und Aufgabensammlung für Schulen. IV u. 78 S. gr. 8°. 1890. M. 1.
- **Stereometrie.** Lehrbuch und Aufgabensammlung für Schulen. IV u. 115 S. gr. 8°. 1890. M. 1.60.



Grundlehren der mathematischen Geographie und elementaren Astronomie

München 1893

Math.a. 93 ug

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11650266-1